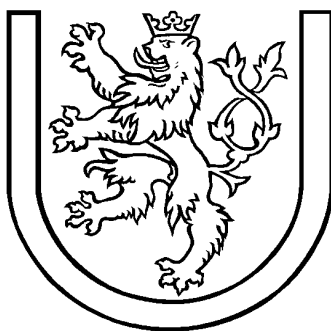


ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA OBECNÉ FYZIKY



RIGORÓZNÍ PRÁCE

Mgr. Jakub SCHWARZMEIER
učitelství fyziky pro SŠ

Plzeň, říjen 2006

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA OBECNÉ FYZIKY

POČÍTAČOVÉ SIMULACE POHYBU

ASTRONOMICKÝCH OBJEKTŮ

RIGORÓZNÍ PRÁCE

Mgr. Jakub SCHWARZMEIER
učitelství fyziky pro SŠ

Plzeň, říjen 2006

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem rigorózní práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni dne 2. 11. 2006

.....

Obsah

Obsah.....	i
1. Úvod.....	1
1.1. Motivace.....	1
1.2. Cíle.....	1
1.3. Obsah textové části.....	2
1.4. Literatura a zdroje informací.....	2
2. Nová pedagogika	4
2.1. Zájem o fyziku ve školách a mezi veřejností.....	4
2.2. Výuka fyziky s využitím počítače	4
2.3. Virtuální realita.....	6
2.4. Tříúrovňová architektura studia	6
3. Pohyb těles	8
3.1. Fyzikální zákony a fyzikální modely.....	8
3.2. Počítačový model a počítačová simulace.....	8
3.3. Analytické modely	8
3.4. Numerické modely.....	9
4. Modely sluneční soustavy	10
4.1. Keplerův model	10
4.2. Problém n -těles	10
4.3. Pokročilé modely.....	10
4.4. Stávající počítačové modely.....	10

4.4.1. Málo přesné vzorce pro určení poloh planet	10
4.4.2. Metoda VSOP	11
4.4.3. Metoda JPL DE	11
5. Počítačová simulace sluneční soustavy	12
5.1. <i>n</i> -tělesová simulace	12
5.2. Astronomické <i>n</i> -tělesové simulace	12
5.3. Implementace <i>n</i> -tělesové simulace	13
5.4. Volba počátečních podmínek	14
5.5. Negravitační působení u komet	15
5.5.1. Rozpoznání anomálního pohybu komet	15
5.5.2. Model jádra komety coby koule špinavého ledu	16
5.5.3. Klasický model	16
5.5.4. Model jádra rotujícího podle osy pevně orientované v prostoru	17
5.5.5. Model s jádrem rotujícím kolem osy s lineární precesí	17
5.5.6. Asymetrický model	17
5.5.7. Rozdělení komet	18
5.6. Gravitačně asistované trajektorie	18
6. Didaktický rozbor využití animací a simulací z programu Phaethon	20
6.1. Geocentrický model	20
6.2. Rozšířená simulace	21
6.3. Gravitační prak	21
6.4. Oběžná dráha planety Merkur	21
6.5. Počet planet sluneční soustavy	21
6.6. Země v ohrožení	22
6.7. Krátkoperiodické komety, Jupiterova rodina komet	22
6.8. Má naše hvězda jako jediná planetární soustavu?	22
6.9. Volnost ve volbě počátečních podmínek	23

6.10. <i>Evaluace simulačního programu Phaethon</i>	23
6.11. <i>Pravidla k používání programu Phaethon</i>	23
7. Astronomické modelování rozsáhlých n-tělesových systémů	24
7.1. <i>Úvod do problematiky</i>	24
7.2. <i>Implementace hierarchického stromového algoritmu Barnes-Huta (BH)</i>	25
7.2.1. <i>Podstata algoritmu</i>	25
7.2.2. <i>Oprava na geometrický střed</i>	28
7.2.3. <i>Seskupování</i>	28
7.3. <i>Paralelizace</i>	29
7.3.1. <i>Popis hardwaru a softwaru</i>	30
7.3.2. <i>Možné nasazení distribuovaných výpočtů</i>	30
7.4. <i>Počítačová implementace paralelní verze Barnesova-Hutova algoritmu</i>	31
7.4.1. <i>Dekompozice prostoru mezi procesory</i>	31
8. Počítačové simulace vývoje galaxií	33
8.1. <i>Rozdělení galaxií</i>	33
8.1.1. <i>Spirální galaxie</i>	33
8.1.2. <i>Eliptické galaxie</i>	33
8.1.3. <i>Nepravidelné galaxie</i>	33
8.2. <i>Složkový model galaxií – počáteční podmínky</i>	33
8.2.1. <i>Modely s diskem</i>	34
8.2.2. <i>Modely s výdutí</i>	36
8.2.3. <i>Modely s halem</i>	36
8.2.4. <i>Modely s temným halem</i>	36
8.3. <i>Volba jednotek</i>	37
9. Počítačové simulace kolize galaxií	38
9.1. <i>Model přímého setkání</i>	38
9.2. <i>Model kepleriánského setkání</i>	39

10. Didaktický rozbor využití animací a simulací z programu AMON	40
<i>10.1. Simulace se vznikem silné příčky</i>	<i>40</i>
<i>10.2. Simulace s horkým diskem.....</i>	<i>41</i>
<i>10.3. Simulace s temným halem</i>	<i>42</i>
<i>10.4. Srážky galaxií.....</i>	<i>43</i>
11. Závěr.....	46
12. Poděkování.....	47
Bibliografie.....	48
Příloha A: Ukázka zdrojového programu – výpočet negravitačního zrychlení komety	
Příloha B: Animace a simulace sluneční soustavy a galaxií (DVD ROM)	

1. Úvod

1.1. Motivace

Stále narůstající množství experimentálně zjištěných a napozorovaných údajů z přírody a jejich snadná dostupnost umožňují dále ověřovat, opravovat, rozvíjet a hlouběji chápat naše poznatky z oblasti astronomie. Nedílnou součástí všech přírodních věd se vedle teorie a experimentu staly počítačové simulace. Bez počítačových simulací si dnešní fyziku nedokážeme představit. Technologie osobních počítačů je dnes na takové úrovni, že umožňují provádět astronomické simulace. Pokud počítače navíc propojíme rychlou počítačovou sítí, můžeme v relativně krátkých časových intervalech napodobovat vývoj vesmíru, který se odehrával miliardy pozemských let.

Fyzika odhaluje pravidla, podle kterých se objekty v přírodě chovají – a protože v přírodě žijeme i my je výhodné tato pravidla znát, protože se nám pak lépe žije. Vzrůst poznatků o světě by se měl zákonitě odrážet ve vzdělávání o přírodě, ve školním předmětu fyzika. Přesto zájem studentů o přírodovědné obory klesá.

1.2. Cíle

Pokud chceme pokročit a zvýšit zájem o fyziku, musíme studentům dávat to, co používají i jinak běžně. Většina školáků tráví čas prohlížením webových stránek a u různých počítačových her. Jejich blízká zkušenost s počítači je proto výhodná při využití počítačů ve výuce fyziky.

Hlavním cílem této práce je založení výukového výzkumného projektu s cílem naučit se modelování a simulace prostřednictvím problému n -těles. Cílem je vytvořit n -tělesovou simulaci sluneční soustavy doplněnou o negravitační pohyb komet a rozsáhlou n -tělesovou simulaci pro modelování vývoje galaxií během časových období překlenujících stovky miliónů let.

Rozvoj v oblasti virtuální reality a trojrozměrné vizualizace pak napomůže při rozboru těchto simulací a umožňuje v přijatelné formě představovat jejich výsledky studentům i obecné veřejnosti. Multimédia mohou udělat učení jednodušší a zábavnější. Umožňují studentům naučit se o sluneční soustavě a galaxiích z různých úhlů pohledu, poznat analytický model, numerický model a uvidět obrázky a animace. Snadno pochopitelné předávání poznatků ve škole touto formou napomáhá rozšíření současných znalostí z oblasti astronomie a fyziky.

Jak planety obíhají po svých drahách? Vypadala naše sluneční soustava v minulosti jinak? Jak rotují tělesa sluneční soustavy? Je rotační osa planet vždy přikloněná ke slunci, nebo naopak odkloněná od slunce, nebo je to ještě jinak? Jakým způsobem plují výzkumné kosmické lodě mezi planetami? Jak je možné, že mají komety tak rozdílné dráhy – některé oběhnou slunce za několik málo let, některé za desítky let, a některé jsme po jednom průletu kolem slunce již znovu nespatřili?

A co jiné sluneční soustavy? Jak se v nich pohybují planety? Popisují fyzikální zákony jevy v přírodě přesně? Jsou galaxie stále stejné? Jak se mění galaxie v průběhu kosmického času? Vypadala naše galaxie dříve nějak jinak, před miliardami let? Výukový model a odborné materiály představené v této práci dají studentům odpověď na tyto a další příbuzné otázky.

1.3. Obsah textové části

Text práce je rozdělen na logické celky. Po úvodu následuje návrh pedagogického využití počítačových simulací v nově navrhovaném trojvrstevném výukovém modelu. Kapitoly 3, 4 a 5 jsou odbornou částí vhodnou pro samostudium týkající se simulací slunečních soustav a jsou vhodné pro čtenáře druhé a třetí vrstvy tohoto výukového modelu. Kapitola 6 pak shrnuje didaktické využití implementací simulací sluneční soustavy a využití výstupních animací mého zcela nového simulačního programu Phaethon, který jsem napsal pro rigorózní práci.

Kapitoly 7, 8 a 9 se věnují popisu pokročilého simulačního programu pro studování dynamiky galaxií. Kapitola 10 pak obsahuje využití hotových animací z mé vlastní implementace simulačního programu, který jsem nazval AMON¹.

1.4. Literatura a zdroje informací

K pedagogicko-didaktickým zdrojům a informacím této práce mě přivedli především specializované semináře a kurzy, které jsem absolvoval po ukončení magisterského studia – především seminář prof. Zdeňka Heluse „Impulzy věd o výchově pro změnu školy a pojetí učitelské profese“ a semináře na Ostravské univerzitě prof. Eriky Mechlové „Projektování vzdělávání fyzice pro eLearning“ a „Počítačem podporovaná výuka a experiment ve fyzice“.

Východiskem pro započítání činnosti na odborné části této práce bylo získání přehledu v oblasti, kterou se bude zabývat. Informace jsem získal především z elektronických služeb, které jsou přístupné přes síť Internet. Ke každé z těchto služeb je dostupné fulltextové vyhledávání v celých textech článků. Využil jsem vyhledávání v elektronické službě ScienceDirect². Vzhledem k velkému objemu informací z oblasti počítačového modelování pohybu astronomických objektů bylo nutné, abych prostudoval celou řadu odborných článků. Většinu plných textů článků citovaných v této práci i mnoho dalších jsem nakonec získal pomocí archivu předtisků astro-ph z Národních laboratoří Los Alamos³, služby NASA Astrophysics Data System (ADS)⁴ a dokumentů z nich odkazovaných.

Tím jsem získal přehled o tom, co již bylo v tomto směru provedeno, jakým způsobem, jaké byly výsledky a jaké výhody a nevýhody dané postupy měly. Na základě souhrnu těchto informací jsem pak mohl začít plánovat, jakým směrem se vydá tato práce.

K modelům negravitačního působení u komet mne přivedly práce polských výzkumníků G. Sitarskiho, M. Królikowské a S. Szutowiczové. Z jejich prací jsem také získal údaje o hodnotách negravitačních parametrů některých komet pro jednotlivé modely. Jejich práce také uvádí zatím nejpokročilejší model pro výpočet negravitačního působení u komet – model s diskretními zdroji odpařování.

Pro výpočet gravitační interakce v systémech s velkým počtem těles se pro mě jako zásadní práce ukázal být článek „A Hierarchical O (N log N) Force-Calculation Algorithm“ J. Barnes a P. Huta. Na základě jejich algoritmu pracuje převážná většina simulací studujících vývoj a kolize galaxií a kosmologických simulací studujících tvoření skupin galaxií v rozpínajícím

¹ AMON: v egyptské mytologii univerzální bůh, v mém pojetí zkratka pro „Astronomické modelování s n tělesy“.

² Webové sídlo <http://www.sciencedirect.com/>

³ Webové sídlo <http://arxiv.org/abs/astro-ph/>

⁴ Webové sídlo <http://adsabs.harvard.edu/>

se vesmíru, tzv. velkorozměrových struktur. Tuto metodu jsem s několika úpravami použil také ve svém simulačním programu.

Z důvodu větší přehlednosti uvádím v textu této práce u odkazů k citacím jméno autora a letočet vydání v souladu se zvyklostmi astronomických časopisů, což umožňuje ihned jasně poznat na koho se odkazují, bez nutnosti nahlížet na konec práce.

2. Nová pedagogika

2.1. Zájem o fyziku ve školách a mezi veřejností

Výzkumy provedené na základních a středních školách v České republice poukazují na pokles zájmu o fyziku. Podle tohoto výzkumu⁵ jsou přírodovědné předměty v průměru oblíbenosti jednotlivých předmětů na jednom z posledních míst. Chemie a fyzika jsou v úrovni oblíbenosti v naší žákovské populaci až za matematikou. Biologii hodnotili žáci na všech typech škol jako oblíbenější předmět než fyziku.

Mnoho studentů shledává vědu, obzvláště pak fyziku, která je podstatná pro studium vesmíru a technologií, jako velmi obtížnou a vypustí ji pokud možno ze svého kurikula a volí něco „jednoduššího“ nebo „více zajímavého“.

Fyzika proto ztrácí pro mnoho lidí smysl a opodstatnění. V souvislosti s tím zaniká motivace, kdy jsme svědky nezájmu, pasivního postoje k fyzice až odporu, či věd obecně, ať už z řad studentů nebo široké veřejnosti.

Pokud nejsou nové znalosti šířeny mezi studenty ve školách a obecnou veřejnost, ztrácejí takové poznatky na významu. Máme tady jeden historický precedent. Alexandrijská knihovna byla plněna velkými objevy, které však nebyly vysvětlovány ani popularizovány. Tehdy známa myšlenka, že Země je planeta a že my jsme občané vesmíru, byla zapomenuta. Až po dlouhých patnácti letech mystického spánku náš svět opět probudil renesanční experiment a výzkum.

I dnes je proto nutné modernizovat výuku přírodovědných předmětů tak, aby se zvýšil zájem o ně. Musíme upravit obsah, změnit metody a formy výuky. Podobně projekty celoživotního vzdělávání a popularizace by měli poukazovat na význam vědy. Popularizace může sloužit jako komunikační kanál mezi vědci a obecnou populací. Dlouhodobá a kvalitní popularizace vědy pak vede k pochopení potřeby vědy i pro člověka, který se setkává pouze s aplikacemi jejích výsledků. Lidé musí vidět důležitost a výhody za jejich každodenními životy, které přinášejí vědecké poznatky.

Astronomie je pravděpodobně nejvíce vizuálně vzrušující ze všech věd a proto může přitáhnout i takové studenty, kteří by jinak váhali, zda si vybrat fyzikální kurz (seminář, studijní obor apod.). Vesmír má zajímavá témata téměř pro všechny studenty bez rozdílu věku a schopností. Vesmír je zdrojem inspirace, neobvyklých obrázků a informací, které mohou upoutat pozornost studentů, vzbudit další otázky a zájem.

Jednou z největších výhod výpočetní astronomie je však svoboda, protože tato oblast je otevřena všem.

2.2. Výuka fyziky s využitím počítače

Dnes v podstatě existují dvě formy vzdělání⁶, přičemž první stále převažuje:

⁵ G. Höfer a kol., 2005, „Výuka fyziky v širších souvislostech – názory žáků“

⁶ H. Kasíková a kol., 1994, „Reformu dělá učitel aneb Diferenciace, individualizace, kooperace ve vyučování“

1. osvojení velkého množství poznatků, kde zapojujeme zejména paměť (ze studentů jsou chodící naučné slovníky)

2. tvořivé, řešení problémů, komunikace (slouží k rozvinutí celého spektra schopností člověka)

Učitel fyziky podává základní přehled fyzikálních jevů a jejich modelů. Student má být schopen porozumět jejich základům, má být schopen jejich aplikace a měl by vědět na jakém principu věci kolem něj fungují. Formou volitelných předmětů se pak může dozvědět více. Studenti na vyšší úrovni střední školy, kdy ještě někteří nemají vyhraněné zájmy mohou být zlákáni na přírodovědné a technické obory. Naopak není žádoucí, aby se ze všech studentů stali fyzikové.

Studenti střední školy mohou být získáni tak, aby se fyzikální problematika stala vítanější nejen při výuce, ale také při zájmových mimoškolních činnostech. Především na malých školách však není možné nakonec ustanovit fyziku jako výběrový předmět, jelikož by v zájmové skupině bylo málo studentů.

Proto spatřuji možnost získání zájmu studentů v samostatné činnosti. Ideální by bylo pokud se jeden, lépe však dva nebo tři začínající studenti vysoké školy domluví na letním prázdninovém fyzikálně-výpočetně astronomickém projektu. Mohou začít zcela samostatně a přitom jsou donuceni spolupracovat (kooperovat) mezi sebou, jsou na sobě vzájemně závislí a musí se naučit spolu dobře komunikovat. Text této práce pomáhá studentovi tak, že dokáže provádět simulace sám. Postačí základní školní znalosti klasické mechaniky a diferenciálního a integrálního počtu, které jsou vyučovány na střední škole a starší studenti tak mohou zvládnout úlohu n -tělesové simulace. Tyto simulace jsou vhodné rovněž pro předmět typu „Výpočetní fyzika“ na vysoké škole.

Svobodný výběr zvýší přirozenou učební motivovanost a učení je pro studenta smysluplnější, protože vzdělaný člověk má i v dalším životě více možností. Důraz zde kladu na individualizaci a diferenciaci, kdy si sám student zvolí to, co odpovídá jeho schopnostem, zájmům a potřebám. Jedná se o spontánní činnost studenta vycházející z jeho zájmů. Mělo by vzniknout více podobných projektů tak, aby si studenti mohli svobodně volit podle jejich zájmů.

V tomto přístupu se nejedná o mechanické zapamatování informací, ale problém n -tělesové simulace před studenta postaví celou řadu problémů, které musí vyřešit. Student tak zapojuje celou škálu myšlenkových operací a hledá vlastní variantu řešení. Tato činnost vycházející ze zájmu člověka pak vede k soustředěné práci, sebevýchově, kde není třeba užívat kázeňské prostředky.

Takový projekt rovněž vyžaduje aktivní přístup studenta. Student se zde neučí pouze hotové poznatky, nýbrž vlastní aktivitou (převodem matematické formulace fyzikálních zákonů do počítačové formy a experimentování s nimi, cesta od fyzikálního problému k numerickému řešení) si upevní vědomosti a umí je aplikovat. Student si nejlépe uchová takové kompetence, kterých nabyl vlastním přičiněním a úsilím. Proto není dobré předávání a pasivní přijímání, ale zejména samostatná činnost. Student tak rozvíjí své poznávací (kognitivní) schopnosti – myšlení a uvažování, paměť, učení, pozornost, představivost, rozhodování, řešení problémů – zkrátka trénuje celé spektrum intelektuálních dovedností.

Student se musí naučit poznatky samostatně získávat přes Internet a elektronické informační zdroje. Počítače jsou dnes neodmyslitelným nástrojem v oblasti fyziky, od základního vědeckého výzkumu až ke komerčním a průmyslovým aplikacím. Pokud počítače hrají takovou důležitou roli v současné fyzice, pak by měly hrát porovnatelnou roli ve výuce fyziky na ško-

lách. Význam dovednosti (kompetence) práce s počítačem dále roste, neboť téměř všechna zaměstnání vyžadují dobrou znalost práce s počítači.

V převažujícím pedagogickém modelu hraje učitel hlavní roli a určuje tempo výuky. S využitím nových technologií však může být více kladen důraz na osobní a individualizované učení. Učitel by měl pomáhat studentovi v hledání a výběru informací souvisejících s cílem studentovi práce. Role učitele už není více ústřední, ale stává se pomocníkem a rádčem. Učitel již více nevlastní monopol na informace; je konzultantem pro řešení problémů. Internet vede k demokratizaci výuky. Role učitele doznává určitých změn, jeho novou úlohou je adit, pobízet, pomáhat a spolupracovat.

2.3. Virtuální realita

Virtuální realita přináší větší interaktivitu a odezvu na činnost studenta v souladu s moderními pedagogickými teoriemi. Hlavní vlastnosti, které výuce nabízí virtuální realita jsou imerze (student splyne s virtuálním světem, všechny podněty přicházejí z virtuálního prostředí), interaktivita (volný pohyb prostorem) a manipulace (reakce na akci se odehrává ve virtuálním prostředí stejně jako ve skutečném světě).

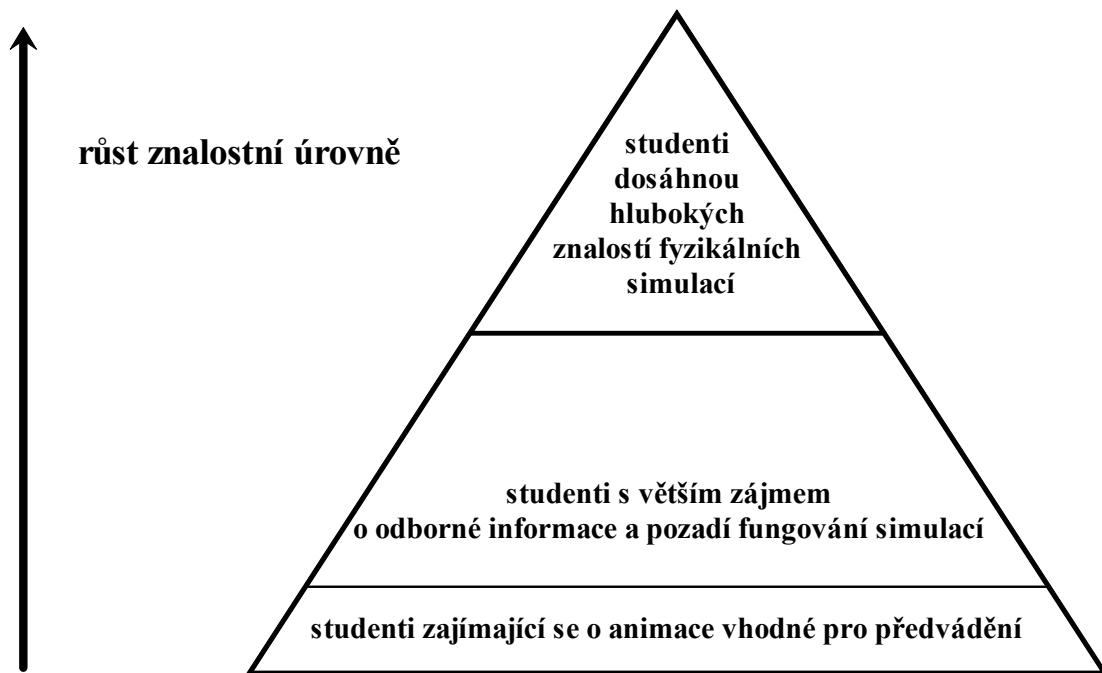
Všechno učení je založeno na poznávání (percepci) a tedy na údajích, které přichází ke smyslu člověka z jeho prostředí (ať už reálného nebo virtuálního). Virtuální realita ukazuje komplexní informace, které není možné jinak vyjádřit.

Trojrozměrnou počítačovou animaci pohybu objektů ve vesmíru je možné získat v zásadě třemi způsoby.

1. Nejnákladnější a ne vždy možný způsob je získání trojrozměrného snímku soustavy objektů. Ten můžeme získat rekonstrukcí z několika snímků kamer na meziplanetárních sondách. V případě galaxií není možné nic podobného provést.
2. Druhým způsobem, který je dnes asi nejběžnější je interaktivní modelování. Animátor usedne k počítači a model vytvoří za pomoci myši, klávesnice, případně datové rukavice.
3. Cílem této práce je však využít třetí způsob získávání trojrozměrné počítačové animace soustav objektů pod vlivem gravitace, a to pomocí simulace. Využíváme zde Platonovské paradigma předpokládající, že příroda se chová podle matematicko-fyzikálních struktur, které studiem přírody odhalujeme. Stejným způsobem jako počítačová simulace, pak může fungovat i realita.

2.4. Tříúrovňová architektura studia

Důležitým nástrojem fyziky se vedle teorie a experimentu staly počítačové simulace. V mnoha případech však nemohou být využity pro složité simulace obecné softwarové balíky. Stejně jako experimentální fyzik si musí zařídit svoji laboratoř, tak i výpočetní fyzik musí navrhnout a vybudovat svoji laboratoř.



Obrázek 1. Tříúrovňový systém studia.

Proto navrhuji architekturu studia, která je rozložena do tří vrstev. První vrstva je pro studenty, kteří se zajímají pouze o animace vhodné pro veřejné předvádění a prezentace. Studenti v druhé vrstvě se budou zajímat více a budou si číst informace zapsané v odborných částech této práce. Vyvrcholením tříúrovňového přístupu je umožnit studentovi projít celým vývojovým cyklem a hluboce pochopit použití počítačových simulací přírody prostřednictvím n -tělesových simulací.

3. Pohyb těles

3.1. Fyzikální zákony a fyzikální modely

Fyzikální zákony stojí za přirozeným chováním objektů v realitě. Pohyb objektů, stejně jako chování všech ostatních dějů v přírodě, se snaží fyzika popsat pomocí *modelů*. Všechny naše modely jsou aproximací reality. Poznání přírodních jevů (fyzikálních zákonů) je pro člověka omezené. Způsob, jakým jsou objevené fyzikální zákony popsány modelem je nedokonalý a neúplný⁷. Model tedy nahrazuje reálné chování objektů za takové, jenž je fyzika schopna vyjádřit pomocí svých prostředků.

Model je tedy vždy zjednodušeným obrazem skutečnosti. Obvykle je však prováděno další zjednodušení, když nejsou do našeho modelu započítávány jevy, které fyzika sice zná, ale my se domníváme, že pro náš konkrétní účel nejsou příliš podstatné a proto jsou tyto jevy zanedbány.

3.2. Počítačový model a počítačová simulace

Prostřednictvím počítačové simulace můžeme napodobit chování přírody tak, jako nikdy předtím.

Při studiu pohybu objektů nás zajímá, jak se bude daný dynamický systém chovat, jak se bude vyvíjet v čase. Tělesa v systému se ovlivňují pravidly modelu fyzikálního zákona, která jsou vyjádřena matematicky. *Modelem* fyzikálního zákona je tedy rovnice. Chceme-li zjistit, jak se bude systém vyvíjet v čase, použijeme *simulaci*, což je provádění výpočtu s modelem, tedy matematický model dynamického systému běžící uvnitř počítače. Překvapivé přitom je, že pohyb hmoty ve vesmíru většinou můžeme popsat zcela jednoduchými matematickými rovnicemi.

Počítačové simulace jsou důležité z mnoha důvodů. Vývoj ve skutečných systémech, které astronomie zkoumá oblasti popisované v této práci, probíhá z hlediska délky lidského života příliš dlouho na to, abychom v nich mohli přímo pozorovat patrné změny. Někdy jsou důvody čistě praktické, jako když se ptáme, zda například nově objevená planetka narazí do naší domovské planety, nebo zda zůstaneme srážky ušetřeni. Zajímavé je, že v některých případech lze tímto způsobem určit ze znalosti současného stavu systému nejen stavy budoucí, ale také stavy minulé.

3.3. Analytické modely

V zásadě je možné vydat se dvěma směry. Analytické řešení lze použít v případě, kdy jsou pohybové rovnice obecně řešitelné. Vždy je možné přesně určit polohu a rychlost tělesa libovolně daleko do budoucnosti i minulosti na základě parametrů pro toto těleso. Možným příkladem je např. *problém dvou těles*.

Výhoda této metody spočívá především v tom, že jakmile je analytické řešení jednou nalezeno, lze požadované polohy a rychlosti objektů získat snadno a rychle. Astronomické progra-

⁷ Fyzikové se snaží nalézt finální teorii všeho. Taková teorie a její model by naprosto dokonale dokázaly popsat realitu.

my určené pro veřejnost proto používají především analytické modely. Tyto modely bývají přesné, ale obvykle jen v určitém časovém období.

3.4. Numerické modely

V některých případech nelze analytické řešení použít. Proto je nutno se uchýlit k řešení numerickému. Typickým případem je *problém n -těles*. Při počítačovém modelování pohybů astronomických objektů se používají zejména modely numerické. Chybami numerických řešení na počítači se tato práce nezabývá. Jejich analýza je provedena v literatuře.

4. Modely sluneční soustavy

4.1. Keplerův model

Existuje celá řada více či méně správných modelů sluneční soustavy popsanych během historie. Johannes Kepler, který ještě neznal všeobecný gravitační zákon formulovaný Isaacem Newtonem, zjistil, že se planety pohybují kolem Slunce po elipsách málo odlišných od kružnic, v jejichž společném ohnisku je Slunce. Toto obecně platí pro trajektorii jakéhokoliv pozorovaného tělesa, které se pohybuje v gravitačním poli centrálního tělesa s hmotností mnohonásobně větší, než jakou má těleso pozorované.

Teoretická mechanika potom ukazuje, že těmito trajektoriemi nemusí být pouze elipsa, ale také kterákoliv jiná kuželosečka. Avšak ani Keplerův model doplněný o možnost pohybu po jakékoliv z kuželoseček není dostačující. Keplerův problém je totiž problémem dvou těles (hvězdy a planety). Gravitace působí navzájem mezi úplně všemi tělesy.

Někdy je působení dalších těles na model dvou těles označován jako „porucha“. Nejedná se však o chybu v pohybu těles v přírodě, nýbrž o nepřesnost fyzikálního zákona, v tomto případě Kelleroých zákonů. Pokud chceme popsat pohyb těles ve sluneční soustavě lépe, je nutno uvažovat též přítomnost dalších těles, která se v takové soustavě vyskytují.

4.2. Problém n -těles

Tato úloha je formulována takto: „Problémem n -těles nazýváme úlohu nalézt pohyb soustavy n hmotných bodů, které na sebe působí podle Newtonova zákona⁸“. Podrobněji se numerickým řešením tohoto problému na počítači zabývají kapitoly 5 a 6.

4.3. Pokročilé modely

Přestože jsou pro většinu simulací předešlé modely dostačující, pomíjejí některé známé fyzikální jevy, které ovlivňují pohyb těles v těchto systémech.

Tělesa ve sluneční soustavě si nelze vždy představovat jako hmotné body, což se uplatňuje např. při působení Země či Měsíce na jejich umělé družice a libracích Měsíce. S nebodovým tvarem těles také souvisí slapové působení, kdy v souladu se zákonem zachování momentu hybnosti dochází ke zpomalování rotace Země a vzdalování Měsíce.

Další silové působení v reálných systémech je způsobeno negravitačním působením, jako je tlak slunečního větru nebo výrony plynů u komet.

4.4. Stávající počítačové modely

4.4.1. Málo přesné vzorce pro určení poloh planet

Převážná většina astronomických programů určených pro veřejnost používá pro určování poloh jednotlivých těles jedno ze dvou analytických řešení. První metoda je popsána Flander-

⁸ P. Andrlé, 1971, „Základy nebeské mechaniky“, ČSAV.

nem⁹. Pozice těles sluneční soustavy jsou zde určovány z množiny dráhových elementů, které vycházejí z matematického popisu kuželosečky. Pro jednotlivá tělesa je nutno znát dráhové elementy platné pro dané období. Rozšíření spočívá v započítání gravitačního působení velkých planet.

4.4.2. Metoda VSOP

Metoda VSOP¹⁰ rovněž využívá analytického řešení pohybu planet. Rozšíření opět spočívá v započítání gravitačního působení velkých planet. Základní nevýhodou tohoto řešení je dostupnost údajů o poloze a rychlosti (efemeridách) pouze pro osm planet sluneční soustavy, Slunce a barycentrum Země–Měsíc. Podle autorů (Bretagnon, Francou, 1988) se jedná o nejpřesnější analytické řešení pohybu planet.

4.4.3. Metoda JPL DE

Při výzkumu sluneční soustavy (např. pro potřeby výprav mimo Zemi) jsou nezbytné velice přesné údaje o poloze a rychlostech astronomických těles. Ty jsou důležité nejen při plánování takových misí, ale také v jejich průběhu. JPL proto vyvíjí vlastní numerickou simulaci, v současné verzi označovanou jako DE410¹¹. Jejím úkolem je určit *vývoj efemerid* těles sluneční soustavy, tedy Slunce, planet, měsíců, planetek, komet a umělých objektů.

Základem je n -tělesová simulace, která spočívá v numerické integraci pohybových rovnic, kde jsou jednotlivá tělesa modelována jako hmotné body. Navíc zahrnuje efekty vzniklé uvážením tvaru Země a Měsíce, pozemské slapové působení a měsíční librace. Dráhy některých těles jsou modelovány analyticky.

⁹ T. C. van Flandern, K. F. Pulkkinen, 1979, „*Low precision formulae for planetary positions*“, *Astrophys. J. Supp.*, vol. **41**, p. 391.

¹⁰ fran. Variations Séculaires des Orbites Planétaires; P. Bretagnon, G. Francou, 1988, „*Planetary theories in rectangular and spherical variables. VSOP 87 solutions*“, *Astron. Astrophys.*, vol. **202**, p. 309.

¹¹ angl. Development Ephemeris nebo také JPL Planetary and Lunar Ephemerides (DE/LE); E. M. Standish, 2003, „*JPL Planetary Ephemeris DE410*“, Jet Propulsion Laboratory IOM No. 312.N-03-009.

5. Počítačová simulace sluneční soustavy

5.1. n -tělesová simulace

Problém n -těles¹² spočívá v určování vývoje dynamického systému. Ten je reprezentován částicemi (hmotnými body), které jsou pod určitým vzájemným silovým působením. Dané působení je popsáno fyzikálními zákony. Tento problém se řeší v různých oblastech fyziky jako jsou astronomie, molekulární dynamika, dynamika tekutin, fyzika vysokých energií atd. Při výpočtu vzájemného působení atomů v molekule použijeme Coulombova zákona, pro výpočet vzájemného působení hvězd ve stelárním systému Newtonovy zákony. Jinou oblastí aplikace n -tělesové simulace je počítačová grafika, kde problémem spočívá ve vypočtu osvětlení scény metodou radiozity.

Obecně je n -tělesový problém určen takto. Jsou dány počáteční podmínky, tedy počáteční pozice a počáteční rychlosti všech objektů v systému. Úkolem je provést vyhodnocení interakcí mezi všemi těmito objekty, což by mělo vést k získání nových pozic a rychlostí. Tento proces se neustále opakuje, čímž jsou získávány informace o dynamice tohoto systému, tedy jeho vývoji.

5.2. Astronomické n -tělesové simulace

Mějme tedy množinu n -těles s pozicemi $\vec{r}_i(t_0)$, rychlostmi $\vec{v}_i(t_0)$ a hmotnostmi m_i , kde $i = 1, 2, \dots, n$. Pohybové rovnice pro i -té těleso jsou:

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = d\vec{v}_i \quad (5.1)$$

$$m_i \cdot \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \vec{F}_{ij} \quad (5.2)$$

kde $j = 1, 2, \dots, n$. Změna rychlosti (zrychlení) i -tého tělesa je dána silovým působením všech ostatních částic podle 2. Newtonova zákona. V astronomii je touto silou gravitace. Pro astronomické simulace je tedy pravá strana rovnice (4.2) dána všeobecným gravitačním zákonem:

$$\vec{F}_{ij} = G \cdot \frac{m_i \cdot m_j}{r_{ij}^3} \cdot \vec{r}_{ij}, \text{ kde } G \text{ je gravitační konstanta, } \vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i \text{ a } r_{ij} = |\vec{r}_j - \vec{r}_i|.$$

Pohybová rovnice (4.2) se pak zjednodušuje na tvar, kde zrychlení nezávisí na hmotnosti vyšetřovaného tělesa

$$m_i \cdot \frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2} = G \cdot m_i \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{m_j}{r_{ij}^3} \cdot \vec{r}_{ij}. \quad (5.3)$$

¹² n -tělesová simulace, částicová simulace

Ze znalosti zrychlení je pak vypočtena nová pozice a rychlost i -tého tělesa.

Systémem n částic pak v astronomii může být planetární systém, hvězdná soustava, uskupení galaxií nebo vesmír sám. n -tělesová simulace pak umožňuje sledovat vývojové fáze těchto systémů. Konkrétní systém je přitom určen svými počátečními podmínkami a pro každý určitý systém je obvykle vhodná také jiná metoda numerického výpočtu. Simulace planetárních systémů a kulových hvězdokup obvykle vyžadují velkou přesnost (metoda přímé sumace¹³), zatímco systémy hvězd či velkorozměrové struktury jsou modelovány, zejména pro velmi velké množství objektů v nich obsažených, pomocí různých urychlujících metod (hierarchické stromové metody, metody uzlových bodů, viz odst. 7.1).

Dynamický vývoj systému složeného z n hmotných bodů, které na sebe působí pouze vlivem gravitačních sil, je velice zajímavé zkoumat. Je však známo, že již pro tři tělesa nemá analytické řešení uzavřenou formu (tzv. *problém tří těles*)¹⁴. Proto zde vyvstává nutnost přistoupit k numerickému řešení problému.

5.3. Implementace n -tělesové simulace

Pro určení silového působení systému složeného z n -těles je třeba provést vyhodnocení $n \cdot (n-1)$ gravitačních interakcí. Je ovšem možné využít 3. Newtonova zákona, který říká, že „každá akce vyvolá stejně velkou reakci opačného směru“. Tím se počet potřebných interakcí redukuje na polovinu, tedy na $\frac{n}{2} \cdot (n-1)$.

Výpočet pomocí přímé sumační metody poskytuje vysokou přesnost za cenu velké časové náročnosti. Simulacím soustav, kde je n velké, se věnuje kapitola 6.

Program pro n -tělesovou simulaci sluneční soustavy, který jsem vytvořil pro tuto práci, provádí nereleativistický (newtonovský) nebo relativistický (PPN¹⁵) výpočet zrychlení, které si navzájem udělují tělesa v systému vlivem gravitační interakce.

Výpočet nerelativistického zrychlení i -tého tělesa vlivem gravitačního působení ostatních těles:

$$\vec{a}_i = G \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{m_j}{r_{ij}^3} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i). \quad (5.4)$$

Při malé vzdálenosti těles i a j se simulace chová nerealisticky. Je to způsobeno nepřímou úměrností gravitační síly na druhé mocnině vzdálenosti dvou interagujících těles. Pokud se jejich vzdálenost blíží k nule, roste gravitace nade všechny meze. Proto se zde přidává malá konstanta, tzv. zjemňovací vzdálenost ε . Musí pro ní platit, že nesmí být příliš malá na to, aby se dvě tělesa při svém přiblížení anomálně urychlila. Nesmí být ani příliš velká, aby se simulace chovala realisticky. Pokud ve jmenovateli rovnice (4.4) zaměníme r_{ij} za $r_{ij} + \varepsilon$, dostáváme při zjemněné gravitaci pro zrychlení:

$$\vec{a}_i = G \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{m_j}{(r_{ij} + \varepsilon)^3} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i). \quad (5.5)$$

¹³ metoda hrubé síly, angl. particle-particle

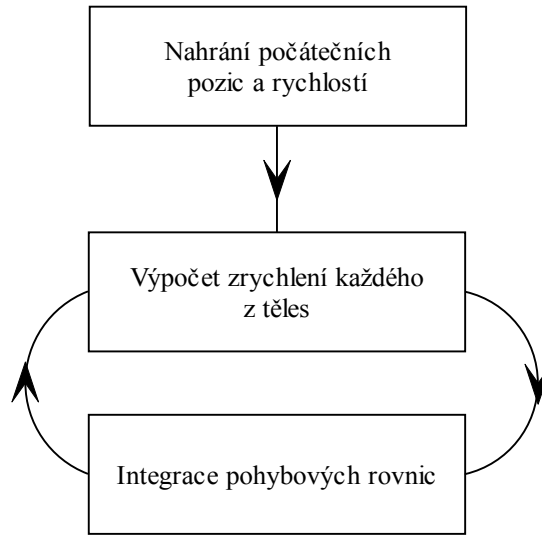
¹⁴ řešitelné jsou pouze speciální případy problému tří těles

¹⁵ angl. parametrized post-Newtonian formalism

Pro relativistické zrychlení i -tého tělesa platí (Newhall a kol., 1983):

$$\vec{a}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_j \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{r_{ij}^3} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[1 - \frac{2 \cdot (\beta + \gamma)}{c^2} \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{\mu_k}{r_{ik}} - \frac{2 \cdot \beta - 1}{c^2} \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \frac{\mu_k}{r_{jk}} + \gamma \cdot \left(\frac{v_i}{c} \right)^2 + (1 + \gamma) \cdot \left(\frac{v_j}{c} \right)^2 \right] \\ & \left[- \frac{2 \cdot (1 + \gamma)}{c^2} \cdot \vec{v}_i \cdot \vec{v}_j - \frac{3}{2 \cdot c^2} \cdot \left[\frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \cdot \vec{v}_j}{r_{ij}} \right] + \frac{1}{2 \cdot c^2} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i) \cdot \vec{a}_j \right] \end{aligned} \right\} \\ + \frac{1}{c^2} \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_j}{r_{ij}^3} \cdot \{ [\vec{r}_i - \vec{r}_j] \cdot [(2 + 2 \cdot \gamma) \cdot \vec{v}_i - (1 + 2 \cdot \gamma) \cdot \vec{v}_j] \} \cdot (\vec{v}_i - \vec{v}_j) + \frac{3 + 4 \cdot \gamma}{2 \cdot c^2} \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_j \cdot \vec{a}_j}{r_{ij}} \quad (5.6)$$

Zde $\mu_j = G \cdot m_j$, \vec{a}_j je zrychlení j -tého tělesa vlivem newtonovské gravitace a c je rychlost světla ve vakuu. PPN parametry β a γ jsou voleny $\beta = \gamma = 1$. Jejich význam je uveden v článku¹⁶.



Obrázek 2. Algoritmus průběhu simulace pro určení vývoje systému n těles.

Diferenciální rovnice jsou v programu numericky integrovány Runge-Kuttovou metodou nebo Eulerovou metodou. Časový krok musí mít z praktických důvodů vhodnou délku, která nesmí být ani příliš malá ani příliš velká.

5.4. Volba počátečních podmínek

Simulační program sluneční soustavy potřebuje znát počáteční pozice a rychlosti těles, která jsou v systému. Jednou z možností je zadat tyto parametry ručně. To je užitečné především pro experimentování s orbitální mechanikou. Aby ale byla simulace věrná, je třeba získávat pro ostatní tělesa sluneční soustavy skutečné hodnoty těchto parametrů.

Pro získání počátečních efemerid jsem nejprve zvažoval použití analytických metod popsaných v odstavcích 4.4.1 a 4.4.2. Nevýhody a omezení, které tyto metody kladly, se mi však

¹⁶ C. M. Will, K. Nordtvedt, 1972, „*Conservation laws and preferred frames in relativistic gravity*”, *Astrophys. J.*, vol. 177, p. 757.

jevily jako příliš svazující. Velice zajímavé by bylo využívat přímo data, se kterými počítá JPL DE. To by znamenalo možnost používat poslední informace o všech známých tělesech sluneční soustavy. Přístup k nim je možný přes Horizon nebo NAIF SPICE toolkit. Nakonec se mi tedy jako nejmocnější nástroj pro získání počátečních podmínek osvědčilo využití balíku funkcí NAIF SPICE, který je určen právě pro podobné účely.

Abych mohl experimentovat s chováním těles sluneční soustavy, musel jsem získávat informace především o efemeridách těchto těles. Po nějakou dobu jsem využíval pouze údaje jednotlivě získávané interaktivním přístupem k počítači se systémem Horizon¹⁷ v NASA/JPL Solar System Dynamics (SSD)¹⁸. Získávání údajů tímto způsobem a jejich ruční vkládání do simulačního programu však bylo velice únavné a nepraktické.

Informace o trajektorii planet, měsíců, komet, planetek a vesmírných sond jsou přitom standardně ukládány odděleně od vědeckých informací do souborů SPK¹⁹. Uloženy jsou ve formě koeficientů různých druhů polynomů. Systém Horizon umožňuje generovat soubory SPK pro více než 170 000 těles sluneční soustavy, přičemž jejich počet neustále narůstá.

Specializované oddělení NASA/JPL Navigation and Ancillary Information Facility NAIF současně vytváří balík funkcí SPICE²⁰ (Acton, 1996), které mj. umožňují velice snadno pracovat s daty z SPK souborů a které byly využity v podstatě při všech planetárních misích. Rovněž pracují s PCK²¹ soubory, které jsem používal v „rozšířené simulaci“ sluneční soustavy. Tento balík funkcí jsem využíval pro snadný přístup k uvedeným údajům a pro zachování kompatibility se soubory NASA/JPL.

5.5. Negravitační působení u komet²²

5.5.1. Rozpoznání anomálního pohybu komet

Od pradávna se předpokládalo, že se komety nepohybují po pravidelných drahách. Edmund Halley jako první použil gravitační zákon a infinitezimální počet k řešení astronomické záhady pohybu komet. Propočítal²³, jak se pozorované komety asi pohybují, když nejsou vidět. Všiml si, že parametry komet pozorovaných v různých letech vykazují řadu zarážejících podobností. Spočítal oběžné dráhy několika z nich a dospěl ke správnému závěru, že se v některých případech jedná o tutéž kometu. U jedné z nich provedl předpověď jejího návratu ke Slunci na základě matematického výpočtu. Tato předpověď se vyplnila a kometa byla na jeho počest pojmenována Halleyovou kometou.

Když později Johann Encke prováděl výpočty dráhy komety Méchain-Herschel-Pons²⁴, zjistil, že se její pohyb plně neřídí gravitačním zákonem. Encke se domníval, že negravitační poru-

¹⁷ J. D. Giorgini a kol., 1996, „JPL's On-Line Solar System Data Service”, Bulletin of the American Astronomical Society, 28(3), 1158.

¹⁸ Vzdálené připojení telnet://ssd.jpl.nasa.gov:6775

¹⁹ Spacecraft and Planet Ephemeris Kernel

²⁰ Spacecraft, Planet, Instrument, C-matrix, Events

²¹ Planetary Constants Kernel

²² Termín negravitační síla zde vyjadřuje reaktivní chování komety vlivem uvolňování materiálu z jejího jádra podle 3. Newtonova zákona.

²³ bez možnosti použít moderní počítač

²⁴ dnes Enckeova kometa

chy jsou způsobeny odporem meziplanetárního prostředí. Pokud dnes víme, je klíčem k určení negravitačního pohybu komet znalost jejich chemického složení.

5.5.2. Model jádra komety coby koule špinavého ledu

Negravitační pohyb vysvětluje Fred Whipple²⁵ modelem, kde si jádro komety představuje jako slepenec různých ledů se zrny minerálů a jiných látek. Změny v pohybu komety jsou pak způsobeny nerovnoměrným uvolňováním prchavých vrstev z komety v různých vzdálenostech od Slunce. Dodnes však nejsou k dispozici dostatečně přesné modely, popisující tyto obtížně předvídatelné změny v pohybu komet. Chování těchto těles je stále „nevypočitatelné“.

Asi 100 miliard komet se pohybuje kolem Slunce především za drahami velkých planet. Ve vzdálenosti asi (50 ÷ 500) AU se nachází prstencová oblast zvaná Kuiperův pás. Za ním se nachází sférická oblast sahající až do vzdálenosti 50 000 AU od Slunce, tzv. Ópik–Oortův oblak. Vlivem gravitačního potenciálu jádra Galaxie, případně sousedních hvězd nebo hmotných mezihvězdných mračen, jsou jádra navedena dovnitř sluneční soustavy. Při určitém přiblížení ke Slunci se pak v závislosti na jejich konkrétním složení začnou odpařovat zmrzlé plyny. Spolu s nimi jsou odnášena i zrnka prachu a u jádra se objevuje tzv. koma. Menší částice jsou odfoukávány od Slunce tlakem slunečního větru mimo sluneční soustavu, větší částice zaujmou vlastní oběžnou dráhu kolem Slunce.

Velikost negravitačních sil závisí především na vzdálenosti komety od Slunce. Čím je kometa blíže ke Slunci, je více zahřívána. Látky mění své skupenství a podle konkrétního složení komety se uvolňují. Rozložení těchto látek není rovnoměrné a proto existují místa, z kterých se materiál uvolňuje více. Reakce na exploze, podobné výbuchům sopek, pak způsobují negravitační působení na pohyb komety. Jádro komety navíc není vlivem sklonu rovníku k rovině oběžné dráhy zahříváno rovnoměrně. K tomu vykonávají komety precesní pohyb, který je dále měněn negravitačním působením. Není proto jednoduché sestavit přesné modely pohybu komety.

5.5.3. Klasický model

Z důvodů omezení znalosti rozložení materiálu v kometě a omezení ve znalosti dalších fyzikálních dat komet je nutno vyjít z jednoduchých modelů. Marsdenův model z druhé práce²⁶ předpokládá spojité rozložení jinak zcela jistě diskrétních výbuchů a jejich zdrojů na povrchu komety na celou oběžnou dráhu kolem Slunce.

Celkové zrychlení udělované kometě uvolňováním materiálu z jejího jádra pak lze zapsat:

$$\vec{a}_{jet} = (A_1 \cdot \vec{e}_1 + A_2 \cdot \vec{e}_2 + A_3 \cdot \vec{e}_3) \cdot g(r), \quad (5.7)$$

kde A_i jsou konstantní negravitační parametry. Negravitační parametry určují zrychlení komety v radiálním, příčném a kolmém směru. Vektor \vec{e}_1 míří radiálně od Slunce, \vec{e}_2 leží v rovině oběžné dráhy ve směru pohybu komety a je současně kolmý na \vec{e}_1 a vektor \vec{e}_3 je kolmý na tyto dva vektory ve smyslu vektorového součinu $\vec{e}_3 = \vec{e}_1 \times \vec{e}_2$. Negravitační parametry jsou určeny přizpůsobením drahám jednotlivých komet. Kladné hodnoty znamenají zpomalení pohybu komety v daném směru. Radiální složka je vždy kladná. Neradiální složky půso-

²⁵ F. L. Whipple, 1950, „A Comet Model. I. The Acceleration of Comet Encke“, *Astrophys. J.*, vol. **111**, p. 375.

²⁶ B. G. Marsden, Z. Sekanina, D. K. Yeomans, 1973, „Comets and non-gravitational forces“, *Astronom. J.*, vol. **78**, p. 211.

bení negravitační síly jsou způsobeny rotací kometárního jádra. Tento model předpokládá kulové, rychle rotující jádro.

Závislost negravitačního zrychlení na vzdálenosti r od Slunce je odvozena z vypařovací křivky vodního ledu (Delsemme, Miller, 1971):

$$g(r) = \alpha \cdot \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-m} \cdot \left[1 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^n\right]^{-l}. \quad (5.8)$$

Funkce byla vyvozena na základě modelu jádra komety skládajícího se převážně z ledu (Whipple, 1950) a udává rychlost sublimace ledu. Konstanty jsou $\alpha = 0,111262$, $m = 2,15$, $n = 5,093$, $l = 4,6142$ a $r_0 = 2,808$ AU.

5.5.4. Model jádra rotujícího podle osy pevně orientované v prostoru

Grzegorz Sitarski (1990) rozšířil Marsdenův postup pro určení působení negravitačních sil na jádro komety. „Konstantní“ negravitační parametry uvažuje jako proměnné v čase:

$$A_i(t) = A \cdot C_i(t), \quad (5.9)$$

kde nahrazuje $A_i = \text{konst.}$ více realistickým $A = \text{konst.}$ Směrové kosiny $C_i(t)$ odvodil Zdeněk Sekanina (1981):

$$\begin{aligned} C_1 &= \cos \eta + (1 - \cos \eta) \cdot \sin^2 I \cdot \sin^2 \lambda \\ C_2 &= \sin \eta \cdot \cos I + (1 - \cos \eta) \cdot \sin^2 I \cdot \sin \lambda \cdot \cos \lambda \\ C_3 &= -[\sin \eta \cdot \cos \lambda - (1 - \cos \eta) \cdot \cos I \cdot \sin \lambda] \cdot \sin I \end{aligned} \quad (5.10)$$

Jsou závislé na posunutí směru odpařování z povrchu jádra vůči směru ke Slunci η v důsledku časového zpoždění ve vedení tepla. Proces odpařování jádra má jistou setrvačnost, protože chvíli trvá, než se povrch jádra komety zahřeje. Mezi úhlové parametry rotujícího jádra dále patří sklon roviny pohybu komety vzhledem k jejímu rovníku I a kometocentrická délka Slunce λ . Ta se určí jako $\lambda(t) = \nu(t) + \phi$, kde ν je pravá anomálie komety vzhledem ke Slunci a ϕ je kometocentrická délka Slunce v přísluní.

5.5.5. Model s jádrem rotujícím kolem osy s lineární precesí

Další rozšíření modelu spočívá v uvážení rovnoměrné precese rotační osy komety (Sitarski, 1990). Matematický popis pak přechází na

$$A_i(t) = A \cdot C_i(\eta, I(t), \lambda(t)) \quad (5.11)$$

a kometocentrická délka Slunce na $\lambda(t) = \nu(t) + \phi(t)$.

Pravá anomálie se mění v důsledku pohybu komety kolem Slunce. Sklon roviny oběhu k rovníku I a kometocentrická délka Slunce v perihéliu ϕ se mění vlivem precesního pohybu osy rotace komety.

5.5.6. Asymetrický model

Bylo pozorováno, že u některých komet dochází k největším výronům plynů chvíli před nebo po prolétnutí komety přísluním. Modely lze tedy dále upravit, pokud vezmeme v úvahu, že maximální aktivita komety není symetrická vzhledem k přísluní. Ve funkci odpařovací

křivky (4.8) bude $g(r)$ nahrazeno $g(r')$, kde $r'(t) = r(t - \tau)$. Posuv perihélia τ udává posunutí maximální aktivity komety vzhledem k perihéliu²⁷.

Všechny uvedené modely jsem implementoval v počítačové simulaci. Negravitační zrychlení se přidává ke zrychlení, které je způsobeno gravitačním působením v rámci n -tělesové simulace.

5.5.7. Rozdělení komet

Na základě oběžné doby T lze komety pohybující se ve vnitřní části sluneční soustavy rozdělit na dlouhoperiodické, s periodou větší než 200 let a krátkoperiodické, s periodou menší než 200 let. Krátkoperiodické dále dělíme na komety Halleyova typu s $T \in (20; 200)$ let a Jupiterovu rodinu komet s $T < 20$ let. Část komet je gravitačním prakem (viz kapitola 5.6) velkých planet urychlena tak, že navždy opustí naši sluneční soustavu.

Krátkoperiodické komety mají uzel své dráhy nebo odsluní poblíž Jupitera. Některé krátkoperiodické komety byly původně dlouhoperiodickými, ale v určitý okamžik se dostaly do silného gravitačního pole některé velké planety, např. Jupitera, která jejich trajektorii změnila. Velké planety dráhy těchto komet i nadále silně ovlivňují. Například kometa 45P/Honda-Mrkos-Pajdušáková se v březnu 1983 přiblížila k Jupiteru na 0,111 AU, což vedlo ke změně její dráhy.

Některé pozorované komety měly hyperbolickou dráhu, což by mohlo naznačovat jejich mezihvězdný původ²⁸. Při výpočtu pohybu těchto komet zpět v čase se však zatím vždy ukázalo, že jejich trajektorie byly ovlivněny gravitačními poruchami velkých planet.

5.6. Gravitačně asistované trajektorie²⁹

Jedná se o trajektorie využívající tzv. gravitační kulečník. Tento mechanismus se uplatňuje v soustavě tří těles, kdy jedno těleso získá pohybovou energii na úkor ztráty pohybové energie druhého tělesa. Prakticky se tento jev uplatňuje ve sluneční soustavě, kde je téměř veškerý moment hybnosti soustředěn v orbitálním pohybu planet. Ten může být využit na změnu rychlosti ostatních těles buď přirozeným způsobem (např. u Jupiterovy rodiny komet), nebo záměrně (v případě meziplanetárních sond).

V soustavě dvou těles se tento efekt neuplatňuje. Jedno z těles zde nezíská kinetickou energii na úkor tělesa druhého. Rychlost každého tělesa v určité vzdálenosti od jejich společného hmotného středu je po prolétnutí místem nejmenší vzájemné vzdálenosti stejná, jako byla rychlost před prolétnutím v této vzdálenosti.

Klasickým případem aplikace metody gravitačního praku je pohyb meziplanetární výzkumné sondy vypravené ze Země k velkým planetám za Jupiterem. Tři tělesa v soustavě tvoří Slunce, Jupiter a sonda. Nejprve jsou sonda a Jupiter vzájemně velice slabě gravitačně přitahovány v porovnání s gravitační silou, se kterou je každé z těchto těles vázáno ke Slunci. Dráhy jsou propočteny tak, aby sonda ve svém odsluní zastihla Jupiter³⁰. Ve chvíli, kdy málo hmotná

²⁷ D. K. Yeomans, P. W. Chodas, 1989, „An Asymmetric Outgassing Model for Cometary Nongravitational Accelerations”, *Astron. J.*, vol. **98**, p. 1083.

²⁸ např. Bowellova kometa (C/1980 E1)

²⁹ jinak také gravitační prak

³⁰ Pokud by tam tato planeta nebyla, začala by sonda zrychlovat zpět ke svému přísluní ve vzdálenosti oběžné dráhy Země kolem Slunce, odkud byla vypuštěna.

sonda na své eliptické dráze prolétne odsluním, je urychlena silnějším gravitačním polem mnohem hmotnějšího Jupitera, který je vzhledem k vzájemným pozicím při tomto setkání zpomalen.

Rychlost vůči Slunci, se kterou sonda opouští Jupiter, je větší, než jakou měla před tím, než se k němu přiblížila. Naopak Jupiter ztratil na pohybové energii, což vede ke zmenšení jeho střední vzdálenosti od Slunce.

6. Didaktický rozbor využití animací a simulací z programu Phaethon

V této části práci se zabývám didaktickým rozbohem simulací, které je možno provést buď v simulačním programu napsaným studentem nebo v mém novém simulačním programu Phaethon. Tato část se zabývá možnostmi jejich využití při samostudiu i při vyučování. Program jsem navrhl tak, že může být využit v základních i pokročilejších kurzech fyziky týkající se astronomie na základní, střední a vysoké škole, v závislosti na studentově kurikulu.

Pro uvedené simulace a animace nalezne učitel uplatnění na všech stupních škol – základních, středních i vysokých. Následuje návrh na začlenění animací z programu Phaethon do výuky fyziky na těchto školách. Tento návrh je především rámcový a čtenář sám najde v závislosti na svých schopnostech a zkušenostech další (zajímavější, zábavnější a účelnější) uplatnění uvedených simulací a animací ve výuce.

Simulační program Phaethon umožňuje libovolné nastavení parametrů. Student si může postavit model sluneční soustavy pomocí počátečních podmínek, pozic, rychlostí a hmotností objektů. V režimu rozšířených objektů může v programu nastavit obrázky povrchů planet, sférických měsíců a planetek. Trojrozměrné modely povrchů může použít v případě sond a nepravidelných tvarů planetek a měsíců. Dále je vhodné nastavit poloměr, rektascenzi a deklinaci severního pólu a polohu nultého poledníku pro epochu J2000.0 s udáním směru rotace.

Nejsnazší a nejrozšířenější využití naleznou animace ze simulací, které jsem sám provedl. Studenti by měli vědět, že podobné výpočty gravitační interakce mezi mnoha tělesy je prakticky nemožné provést pouze s papírem, tužkou a kalkulačkou v ruce. Zbytek kapitoly 6 popisuje výběr některých animací založených na simulacích. Tyto a další animace jsou na příloženém archivním médiu.

6.1. Geocentrický model

Jako první přišel na heliocentrický model jeden z posledních iónských vědců, Aristarchos ze Sámu (310?-250? př. n. l.). Nejspíše se nikdy nedozvíme, co jej přivedlo na tuto myšlenku. V jeho době neměla většina obyvatelstva nejmenší ponětí o podobných velkých objevech, nebyly vysvětlovány ani popularizovány. Jeho svazek shořel, když chátka zaútočila na Alexandrijskou knihovnu a zapálila ji. O 17 století později heliocentrický systém znovu oživil Mikuláš Koperník (1473-1543), přestože dráhy planet vzhledem k Slunci považoval za přesně kruhové.

Mezitím byl používán geocentrický souřadnicový systém, který uvedl Klaudius Ptolemaios (100?-170? n.l.). V simulačním programu Phaethon můžeme spatřit dnešní pohled na geocentrický systém. Porovnáme-li jej s geocentrickým modelem Klaudia Ptolemaia, je obdivuhodné jaké přesnosti se mu podařilo pro popis pohybu těles sluneční soustavy dosáhnout. Přitom pohyby považoval za ideálně kruhové doplněné epicykly (kličkami). Avšak uspořádání vesmíru tak jak jej Ptolemaios charakterizoval ve svém díle Almagest je chybné.

Další pokrok v odhalování pohybu těles ve sluneční soustavě učinil Johannes Kepler (1571-1630), který odhalil, že se tělesa sluneční soustavy pohybují po elipsách (obecně kuželosečkách), přičemž Slunce je v ohnisku těchto elips. Přestože máme dnes přesnější modely odpovídající pozorováním, jsou Keplerovy zákony díky své jednoduchosti a určité přesnosti pou-

žívány dodnes. Výpočty s Keplerovým (heliocentrickým) modelem jsou mnohem elegantnější, popis trajektorií mnohem jednodušší než v geocentrických modelech.

Přesto je možné pro popis pohybu těles ve sluneční soustavě použít libovolný souřadnicový systém: geocentrický, heliocentrický, areocentrický, jovicentrický atd. Je pravděpodobné, že každý pozorovatel bude klást střed vesmíru do místa svého pobytu. Jelikož je to výhodné a názorné, planetocentrický systém běžně používáme nadále i dnes, když vykreslujeme například dráhy satelitů (družic, měsíců) vzhledem k polohám jejich planet, tedy nikoliv vzhledem ke Slunci.

6.2. Rozšířená simulace

Představa těles sluneční soustavy jako pouhých hmotných bodů je příliš zjednodušená. Jak jednotlivá tělesa sluneční soustavy rotují? To ukazuje rozšířená simulace programu Phaethon. Model v „rozšířené simulaci“ využívá zákona zachování momentu hybnosti včetně precese (jednotlivá tělesa jsou považována za na sobě nezávislé izolované systémy). Trojrozměrné modely povrchů těles, které jsem vytvořil z archivních údajů, jsem získal z původně výškových měření, radarových odrazů a snímků těchto objektů. Simulace a vizualizace dále zahrnuje rotaci těchto objektů. Všechny výsledné údaje z výpočtů jsou reprezentovány v slunečním ekliptikálním referenčním systému epochy J2000. Z vizualizace je vidět, že se rotační osa nenaklání směrem ke Slunci, ale zachovává se.

6.3. Gravitační prak

Mechanismus gravitačního praku byl úspěšně využit k urychlení prakticky všech meziplanetárních výzkumných lodí. Trajektorie kosmické loď Voyager 2 byla vypočtena tak, aby loď byla vymrštěna Jupiterem do místa, kde se bude o dva roky později nacházet Saturn. Při průletu kolem Saturna byl Voyager 2 vymrštěn k Uranu a setkání s Uranem loď vymrštilo k Neptunu.

6.4. Oběžná dráha planety Merkur

V polovině 19. století zjistil Urbain Jean Joseph Le Verrier, že pohyb planety Merkur neodpovídá výpočtům na základě Newtonova gravitačního modelu. Nejbližší bod eliptické oběžné dráhy planety Merkur kolem Slunce je vždy posunut oproti předchozí poloze (tzv. nadměrná precese perihélia). Jako první dokázala toto stočení v rámci fyzikálního modelu popsat Obecná teorie relativity Alberta Einsteina (1879-1955).

Proto je nutno do výpočtu zahrnout také obecně relativistické efekty. Za tímto účelem jsem implementoval v simulačním programu Phaethon výpočet gravitačního působení ve formě parametrizovaného post-newtonského formalizmu. Stejnou metodu používá v numerickém modelu n -tělesové gravitační simulace NASA/JPL.

6.5. Počet planet sluneční soustavy

Velká excentricita pozorovaná u některých planet cizích slunečních soustav naznačuje, že tyto exoplanety „katapultovaly“ jiné planety soustavy do mezihvězdného prostoru. Planety se k sobě přiblížily vlivem nashromáždění malých gravitačních působení během dlouhé doby a zatímco jedna z planet byla vystřelena mimo planetární systém, druhé se v reakci změnila oběžná dráha na eliptickou.

Naše sluneční soustava nemusela mít vždy pouze 8 nebo 9 planet v závislosti na definici tohoto slova. Dnes vypadá ve sluneční soustavě všechno uhlazeně a stabilně, ale nemuselo tomu tak vždy být. Planety obíhají kolem Slunce a rotují kolem svých os ve stejném směru, kterým se otáčí Slunce (všechny tyto objekty vznikly ze stejného rotujícího disku plynu a prachu před 4,6 mld. let). Rotace Venuše a Uranu se neřídí touto pravidelností a je pravděpodobně důsledkem pozdějších katastrofických událostí.

6.6. Země v ohrožení

Mnohokrát v historii planetky anebo komety narazily na povrch Země a způsobily vyhynutí více než 90 % druhů živočichů. Doposud byly tyto události výhodné pro evoluci savců a člověka. Nyní však musíme naši civilizaci chránit před podobnými dopady. Asi 400 planetek s průměrem větším než 2 km kříží dráhu Země. Pro tyto případy jsem spočítal s programem Phaethon trajektorie několika velkých objektů, které se v blízké budoucnosti přiblíží Zemi.

Planetka Apophis křížuje dráhu Země pravidelně. Podle některých výpočtů však 13. dubna 2029 bude přestupovat dráhu Země ve stejný časový okamžik, kdy se ve stejné poloze nachází rovněž planeta Země. Výpočet Phaethonu ukazuje, že Apophis naši planetu v roce 2029 ušetří. Vzhledem ke vzdálenosti průletu může přesto dojít k destrukci některých satelitů zprostředkovávajících TV a internetové spojení.

Kometa Swift-Tuttle má periodu 130 let Nevypočitatelnost explozí na povrchu komety Swift - Tuttle může její dráhu změnit.

6.7. Krátkoperiodické komety, Jupiterova rodina komet

Jak jsem uvedl v rozdělení komet (kapitola 5.5.7.), některé komety mají velmi krátkou periodu, což by mohlo naznačovat, že tyto komety mají původ ve vnitřních částech sluneční soustavy. Je pravděpodobné, že tyto komety měly původně dlouhou oběžnou dobu, ale vlivem gravitačního působení při průletu v blízkosti planety Jupiter se jejich dráha přeměnila na krátkoperiodickou.

Původ komet s krátkou oběžnou dobou je proto stejný jako původ dlouhoperiodických komet. Navíc, dráha krátkoperiodických komet leží ve stejné rovině v jaké obíhají planety kolem Slunce. Sklon drah dlouhoperiodických komet je nahodile rozdělen.

6.8. Má naše hvězda jako jediná planetární soustavu?

Planetární soustavy jsou někdy považovány za málo časté. Utváření planet je však přirozenou součástí vzniku hvězd a planetární systémy u cizích hvězd jsou velmi rozšířené. V simulacích, které jsem provedl zastupují cizí sluneční soustavy systém 55 Cancri³¹ a systém Ypsilon Andromeda³² (Butler a kol., 2006). V těchto soustavách můžeme použít pro napodobení pohybu planet stejné fyzikální zákony, které známé z naší sluneční soustavy.

³¹ vzdálenost 41 světelných let od Země

³² vzdálenost 54 světelných let od Země

6.9. Volnost ve volbě počátečních podmínek

Program umožňuje zadat libovolné počáteční podmínky pro vlastní těleso a student může kupříkladu vyzkoušet, zda doletí jeho sonda např. na Mars.

6.10. Evaluace simulačního programu Phaethon

Phaethon je složen ze tří logických částí. První umožňuje vybrat a nastavit parametry těles, se kterými bude simulace provedena. Druhá část provádí samotnou n -tělesovou simulaci a vykresluje na žádost uživatele graf závislosti zrychlení na čase. Třetí část pak provádí vizualizace a generuje animace. Obtížnost těchto částí může být překážkou pro používání simulačního programu Phaethon studenty a učiteli, kteří mají nízkou úroveň schopností práce s počítačem anebo nejsou specializováni na oblast n -tělesových simulací.

Očekávám, že program bude mít větší výukovou hodnotu ve vyšších ročnících střední školy a na univerzitě, a malou hodnotu pro nejmladší žáky, kteří využijí až výsledné animace.

Program Phaethon je však pouze jednou z možných implementací n -tělesové simulace sluneční soustavy. Studenti by měli být povzbuzeni, aby vytvořili ve svém oblíbeném programovacím jazyce podobnou nebo ještě lepší implementaci.

6.11. Pravidla k používání programu Phaethon

Jedním z programů, které jsem vyvinul pro účely této práce a který se nachází na přiloženém archivním médiu, je Phaethon. Program využívá funkce knihovny SPICE, která podléhá vývoznímu omezení. Na údaje vypočtené programem Phaethon týkající se výzkumných sond se rovněž vztahuje vývozní omezení do zemí jmenovaných v seznamu na webové adrese <http://www.hq.nasa.gov/office/oer/nasaecp/DCList-4-04.pdf> (2. října 2006). Vývoz údajů vztahujících se k přirozeným objektům jako jsou planety, měsíce, planetky a komety není omezen.

7. Astronomické modelování rozsáhlých n -tělesových systémů

7.1. Úvod do problematiky

Jak se vytvořily galaxie? Čím je způsobena jejich rozdílná morfologie? Jak se vytvořily galaxie spirální a jak eliptické? Tyto otázky zatím patří mezi nejdůležitější nevyřešené otázky astronomie. n -tělesové simulace jsou také důležitým nástrojem teoretické kosmologie. Tyto simulace jsou zde potřebné pro studium velkorozměrových struktur vesmíru, jako jsou shluky galaxií.

Časová náročnost výpočtu interakcí v rozsáhlém dynamickém systému, kde všechna tělesa působí na všechna ostatní, zůstávala dlouhou dobu nepřekonatelná. Problémem byla potřeba vyřešit velmi velký počet diferenciálních rovnic, které tyto interakce popisují.

Pro zhodnocení efektivity algoritmů se používá odhad počtu provedených operací v závislosti na počtu prvků. Tento odhad vyjadřuje časovou složitost algoritmu, která se zapisuje ve tvaru $O(f(n))$, kde f je funkce s funkční hodnotou úměrnou maximální době výpočtu a n je v tomto případě počet těles. Dokonce i při využití třetího Newtonova zákona, kdy se počet interakcí potřebných k úplnému vyřešení jediného časového kroku redukuje na polovinu, zůstává celková složitost problému $O(n^2)$. To znamená, že se počet operací zdola blíží hodnotě $c \cdot n^2$, kde c je konstanta. Chceme-li sledovat chování systému během delšího časového období, které již tvoří podstatnou část celkové doby trvání vesmíru, je třeba řešit ohromné množství těchto rovnic.

První pokus provést výpočet silového působení systému s větším počtem částic uskutečnil Erik Holmberg³³. Simulaci setkání hvězdných systémů provedl nahrazením gravitace za světlo. Každý hmotný bod přitom nahradil žárovkou, jejíž záření bylo úměrné hmotnosti tělesa. Celkové záření, představující celkovou gravitační sílu, pak zjišťoval pomocí fotobuňky.

Pokrok nejen v oblasti výkonnosti počítačů, ale také vývoj důmyslných algoritmů umožnil porozumět vývoji takovýchto systémů. Gravitační působení je na rozdíl například od molekulárního skutečně dalekého dosahu. Není proto možné jednoduše zanedbat všechna tělesa za určitou hranicí. Astronomické systémy však mají určité vlastnosti, kterých lze využít při návrhu „urychlujících“ metod výpočtu. Tím se zmenší množina potřebných diferenciálních rovnic, jejichž řešení vede k získání nových pozic a rychlostí objektů v modelovaném systému.

Následují dvě základní urychlující metody používané pro astronomické simulace:

- metody s uzlovými body³⁴ – vhodné především pro homogenní rozložení částic, geometrické omezení

³³ E. Holmberg, 1941, „On the clustering tendencies among the nebulae. II. A study of encounters between laboratory models of stellar systems by a new integration procedure“, *Astrophys. J.*, vol. **94**, p. 385.

³⁴ např. particle-mesh (PM), particle-particle/particle mesh (P³M)

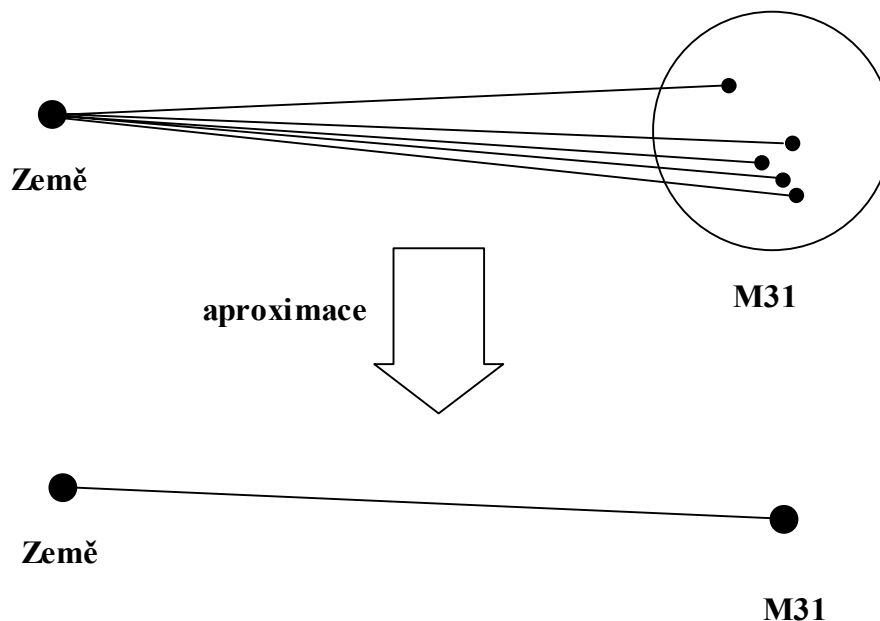
- hierarchické stromové metody – při nehomogenním rozložení částic se přizpůsobí bez ztráty rychlosti, v astronomických simulacích je přitom nehomogenní rozložení časté, nej-používanější je metoda Joshua Barnese a Pieta Huta (1986)

Počet částic v provedených simulacích ($n \sim 10^4 \div 10^5$) však stále představuje pouze zlomek skutečného počtu hvězd v takovém systému ($n \sim 10^{12}$). Jednotlivá tělesa v těchto simulacích tedy nepředstavují jednotlivé hvězdy, ale spíše jejich průměrnou hodnotu pro danou oblast prostoru. Tyto n -tělesové simulace jsou tedy spíše statistického rázu.

7.2. Implementace hierarchického stromového algoritmu Barnese-Huta (BH)

7.2.1. Podstata algoritmu

Při určování gravitačního působení není přijatelné zanedbat všechna tělesa například za určitou vzdáleností. Už Newton ale věděl, že při počítání vzájemného působení Země a jablka může nahradit všechny atomy každého z těchto objektů vždy jedním hmotným bodem v jejich středech. Tuto jednoduchou fyzikální intuici si lze představit též v astronomickém měřítku.



Obrázek 3. Aproximace gravitačního potenciálu vzdálené skupiny těles.

Jak určit gravitační působení galaxie M31 v souhvězdí Andromedy, skládající se řádově z 10^{12} hvězd, na Zemi? Vzhledem k velké vzdálenosti této galaxie od Země ji dokonce i při pohledu na noční oblohu lze pozorovat pouze jako jediný světelný bod. S docela dobrou přesností lze celou galaxii nahradit jediným hmotným bodem, jehož poloha je v těžišti galaxie a hmotnost se rovná hmotnosti celé galaxie.

Podstatou BH algoritmu je tedy aproximace gravitačního potenciálu vzdálené skupiny těles jediným potenciálem.

1. Vystavění stromu, dekompozice prostoru

Základní počítačovou strukturou zastupující fyzické prostorové rozdělení těles systému je strom. Kořen³⁵ stromu obklopuje všechny částice v simulovaném systému. Strom je od kořene budován obvykle rekurzivním³⁶ dělením prostoru na pravoúhlé oblasti. Pro trojrozměrný prostor je každý uzel³⁷ stromu dále rozdělen na osm dceřinných pravoúhlých krychlí (potenciální nové uzly). Stromová struktura se proto označuje jako tzv. osminový strom³⁸. Dělení je provedeno rozdělením každého kartézského směru na polovinu a pokračuje dále, pokud uzel obsahuje ještě alespoň dvě částice.

Strom je tvořený hierarchickým uspořádáním uzlů a listů (kořen je nejvyšším uzlem). List představuje samotný hmotný bod, dospěje se k němu při rozkládání prostoru. Ve stromovém diagramu se nachází na nejnižších úrovních.

Osminový strom je vhodný především pro astronomické systémy, protože je adaptivní. To znamená, že je přizpůsobivý vzhledem k rozložení těles. v případě rovnoměrného rozdělení je všude stejně hluboký. Naopak například pro Plummerovo rozdělení, kde pravděpodobnost výskytu částic klesá s rostoucí vzdáleností od centra, je hluboký pouze ve středu, zatímco u okrajů je mělký. Struktura stromu se obvykle mění při každém časovém kroku.

2. Výpočet hmotnosti a pozice hmotných středů

Každý uzel obsahuje informace popisující rozložení hmoty těles, které obsahuje. Po vystavění stromu je vypočítána a do každého uzlu uložena informace o hmotnosti a informace o pozici a rychlosti hmotného středu. Pro zvýšení přesnosti simulace by namísto toho mohly být uchovávány kvadrupólové nebo vyšší momenty. Pro uvažované systémy je ale tato chyba zanedbatelná a počítání vyšších než monopolových momentů vede ke zbytečnému zpomalení výpočtu. Výpočet hmotnosti a pozice hmotných středů všech uzlů je proveden jediným průchodem stromu zdola nahoru, tedy od listů ke kořeni.

3. Výpočet zrychlení

Síla působící na každou jednotlivou částici v systému může být určena průchodem stromem od jeho kořene. Vezme se jedna částice a z aktuálního uzlu (poprvé je to kořen) se získá jeho potomek (uzel jedné z osmin prostoru kořene). Pokud je hmotný střed tohoto uzlu dostatečně daleko tak, že lze všechny částice (uzly) spadající do jeho podstromu nahradit tímto uzlem, je vypočtena síla působící na zvolenou částici jako síla mezi touto částicí a uzlem. Toto se provede pro všechny potomky vždy znovu od kořene stromu.

Pokud ovšem tato podmínka splněna není, je vrchol takzvaně „otevřen“, což znamená, že se z aktuálního uzlu (potomka kořene) vezme jeho potomek (pokud označíme kořen za nultou úroveň stromu, bude tento uzel pocházet z druhé úrovně). Opět je prováděna kontrola splnění podmínky. Toto se rekurzivně³⁹ opakuje, dokud není podmínka splněna. v nejhorším případě je také možné, že se algoritmus prokope až k listům stromu (konkrétní částici) a provede se výpočet interakce částice-částice.

³⁵ na rozdíl od toho, co známe z přírody, je strom vzhůru nohama, kořen je umístěn na špičce myšleného stromu

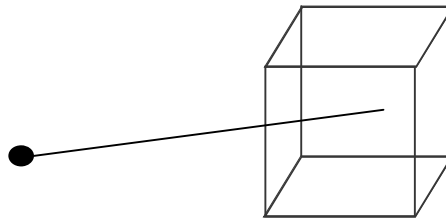
³⁶ s rekurzí je však spojena vedlejší režie, a proto byla v implementaci nahrazena efektivněji lineárním algoritmem

³⁷ někdy označovaný jako vrchol

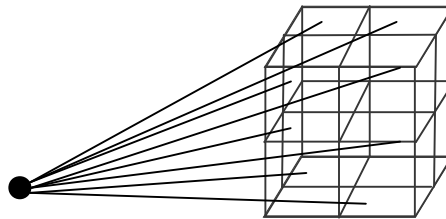
³⁸ angl. oct-tree

³⁹ rekurze byla opět z důvodu rychlosti implementace nahrazena iterací

Pokud je multipólová aproximace přijatelná



Jinak

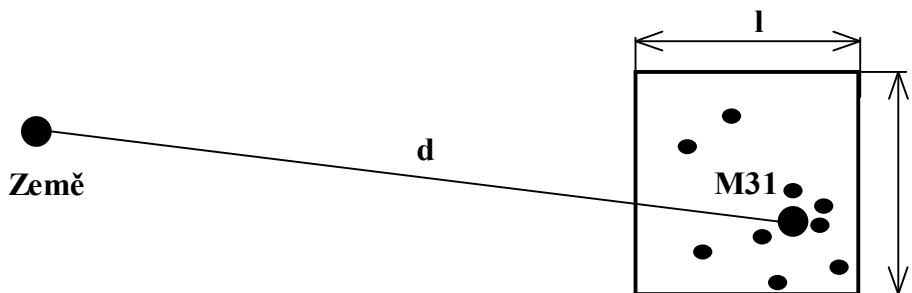


Obrázek 4. Algoritmus přijatelnosti multipólové aproximace.

Kdy je ale uzel „dostatečně daleko“? Kritérium, podle kterého se určuje, zda je uzel dostatečně daleko a není třeba jej otevírat, se označuje jako *kritérium přijatelnosti multipólové aproximace* (MAC⁴⁰). Barnes a Hut zavedli kritérium založené na tzv. otevíracím úhlu θ :

$$d > \frac{l}{\theta}. \quad (7.1)$$

V tomto zápisu představuje d vzdálenost částice od hmotného středu uzlu, l je délka hrany podprostoru popsaného tímto uzlem. Parametr θ tedy určuje urychlení algoritmu a zároveň jeho chybu. Otevírací úhel je obvykle volen v rozmezí $0,7 \leq \theta \leq 1$ ⁴¹. Menší hodnoty θ vedou k otevření většího počtu uzlů a větší přesnosti při výpočtu sil.



Obrázek 5. Význam parametrů v Barnesově-Hutově kritériu.

Tento postup vede ke snížení potřebného počtu interakcí a ke snížení celkové výpočetní složitosti problému na $O(n \cdot \log n)$, což je podstatné zlepšení vůči metodě prosté sumace, jejíž složitost je $O(n^2)$.

⁴⁰ angl. multipole acceptability criterion

⁴¹ Analýzu algoritmu provedl Hernquist (1987).

7.2.2. Oprava na geometrický střed

John Salmon a Michael Warren (1994) poukázali na vznik velké chyby při multipólové aproximaci, pokud se nejvíce hmoty nachází blízko okraje podprostoru. Proto se do otevíracího kritéria zavádí parametr δ , který udává vzdálenost mezi hmotným středem a geometrickým středem podprostoru. Pozměněné kritérium má pak podobu

$$d > \frac{l}{\theta} + \delta. \quad (7.2)$$

Toto kritérium zajišťuje, že pokud je hmotný střed blízko okraje podprostoru, je jeho pozice posunuta o δ a výsledek je použit k vyhodnocení MAC. Zatímco pokud je hmotný střed blízko středu podprostoru, blíží se výsledek ke starému kritériu.

7.2.3. Seskupování

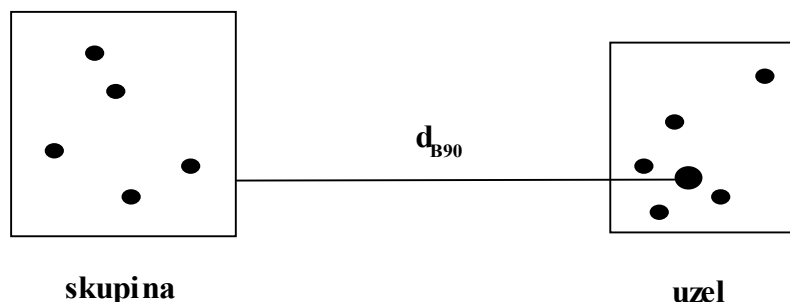
Výpočet interakcí a testování platnosti MAC se nachází v časově nejnáročnější části algoritmu. Je proto vhodné hledat další příslušné optimalizace urychlující tuto kritickou část kódu. Lze předpokládat, že pro částice nacházející se v prostoru blízko sobě, bude seznam uzlů, s nimiž budou interagovat, velmi podobný. Při budování stromu je tak vhodné během dělení prostoru tělesa zařazovat do skupin podle jejich prostorového umístění. Ve chvíli, kdy daná osmina prostoru obsahuje kupříkladu 32 a méně těles, vytvoří se skupina.

Během výpočtu sil při průchodu stromem se pak namísto konkrétní částice vybírá celá skupina.

7.2.3.1. Seskupování B90

Tato metoda⁴² je modifikací původního algoritmu. Vzdálenost d z BH otevíracího kritéria je nahrazena vzdáleností mezi hmotným středem skupiny a nejbližší hranou krychle obklopující tělesa z vyšetřovaného vrcholu d_{B90} . Tak se ušetří na vyhodnocování kritéria pro každé těleso tím, že jich bylo více zařazeno do jedné skupiny. Seznam těles (uzlů anebo listů), se kterými skupina interaguje, je pak platný pro všechna tělesa skupiny.

Tuto metodu jsem použil při vývoji této práce, ale neukázala se být dost efektivní vzhledem k očekávanému urychlení. Rychlost implementace algoritmu s využitím seskupování B90 byla zhruba stejná, jako algoritmu, kde tato metoda využita nebyla.



Obrázek 6. Význam parametru d_{B90} v upraveném Barnesově kritériu.

⁴² J. E. Barnes, 1990, J. Comput. Phys. vol. **87**, p. 161.

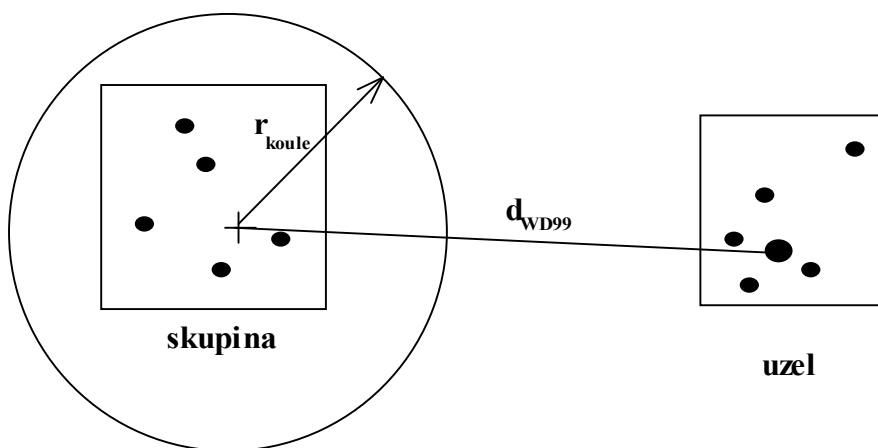
7.2.3.2. Seskupování WD99

Jiná metoda je popsána týmem astrofyziků z Itálie⁴³. V ní je seznam interagujících objektů rozdělen na dvě části. První část je tvořena tělesy (uzly anebo listy), které jsou od skupiny daleko a které působí na hmotný střed skupiny. Druhou pak tělesa, která jsou blízko a u kterých musí být vypočtena přímá interakce odděleně pro každou částici ve skupině.

Pro kritérium, určující, do které ze skupin interagující těleso (uzel nebo list) spadá, je nutno zavést parametr označený jako poloměr koule takto:

$$r_{koule} = 3 \cdot \frac{l_G \cdot \sqrt{3}}{2}. \quad (7.3)$$

Interagující těleso pak spadá mezi vzdálená tělesa, pokud je splněna podmínka, že vzdálenost mezi hmotným středem skupiny a hmotným středem interagujícího tělesa je větší než parametr poloměr koule. Jinak je zařazeno do seznamu blízkých těles. Nakonec jsou do tohoto seznamu přidána všechna ostatní tělesa ze stejné skupiny.



Obrázek 7. Význam parametrů u metody WD99.

Implementace BH algoritmu, která je součástí této práce, obsahuje pro práci se skupinami metodu WD99. Urychlení vůči variantě bez seskupování bylo až 50 %.

7.3. Paralelizace

Ani přes tento pokrok v oblasti vývoje účinných algoritmů pro n -tělesové úlohy a vývoji hardwaru nelze provést simulaci s velkým n na osobním počítači. Tyto simulace jsou proto provozovány na superpočítačích⁴⁴, jednoúčelových počítačích GRAPE⁴⁵ a na PC-clusterech⁴⁶.

Superpočítače jsou však velmi drahé, a proto musí být tyto výpočetní stroje sdíleny stále větší skupinou lidí zajímajících se o superpočítání. Je proto nutné hledat nové směry, pokud chce-

⁴³ viz Becciani a kol. (2000)

⁴⁴ Nejrychlejší superpočítač, který ZČU vlastní, má teoretický špičkový výkon 8,4 GFLOPS. Vzhledem k jeho stáří jej nebylo výhodné využít.

⁴⁵ viz Kawai a kol. (2000)

⁴⁶ ZČU také vlastní několik PC clusterů. Nemohly být využity z důvodu vybavení OS Linux.

me takové zdroje využívat. Přijatelnou možností je vyvíjet efektivní programy využívající přednosti paralelního hardwaru.

Zajímavé je, že se stávajícím, jinak masově prodávaným hardwarem, lze právě takové zdroje získat. Druhou podstatnou část nákladů tvoří potřebný software. Jako součást této práce proto bylo třeba takové softwarové vybavení vyvinout. Muselo splňovalo tyto předpoklady:

- běh na stanicích ve veřejných počítačových laboratořích ZČU a spolupráce více učeben
- žádná dodatečná instalace či změna konfigurace SW nebo HW
- provádění v době, kdy učebny nejsou jinak využity (prázdniny, víkend, noc)

Tří-dimenzionální n -tělesové simulace pro velká n vyžadují mnoho výpočetního času. Skupina PC propojená rychlou počítačovou sítí, pak při výpočtu nahradí nákladný paralelní superpočítač a je tak především jejich ekonomicky výhodnější alternativou. n -tělesové simulace vyžadují nejvýkonnější počítače a jejich současná výkonnost je stále omezujícím prvkem vyšších rozlišení a vyšší přesnosti těchto simulací.

Při stanovení cíle, kolik těles by měla být schopná pojmout „rozumná“ simulace, byla spodní hranice stanovena na 10 000 těles. Za optimální výsledek byla přitom považována schopnost zvládnout simulaci 100 000 těles. To by byla simulace přiměřeně vhodná pro prvotní studium vývoje a kolize galaxií, což byl hlavní zamýšlený cíl této aplikace. Při udávání tohoto parametru je však nutno současně udat počet integračních kroků, které musí být během simulace provedeny, spolu s délkou integračního kroku. Dále je nutné počítat s reálným časem běhu simulace. Integrační krok měl představovat maximálně 10^7 let a simulace pro jeden model měla trvat několik málo hodin.

7.3.1. Popis hardwaru a softwaru

Nejvýkonnější počítače ve veřejných počítačových učebnách byly osobní počítače s procesory Intel Pentium 4. Během školního roku se tyto učebny užívají především k běžné výuce a prohlížení internetových stránek. Vzhledem k tomu, že nejdůležitější část kódu provádí operace s reálnými čísly, bylo třeba sledovat údaj o počtu proveditelných operací s těmito čísly za sekundu. Dokumentace společnosti Intel uvádí pro teoretický špičkový výkon svého produktu Pentium 4, při použití specializovaných instrukcí procesoru, hodnotu 6,5 GFLOPS⁴⁷. Počítače v učebnách, které byly použity pro provedení simulací, byly vybaveny síťovými kartami pro práci se sítí Fast Ethernet (100 Mbit/s).

Simulace jsem prováděl na osmi počítačích s procesory Intel P4 s taktovací frekvencí 1,6 MHz a 256 MB RAM. Nakonec simulační program běžel na devatenácti počítačích s procesory Intel Pentium 4 s taktovací frekvencí 2,5 GHz (výpočetní stroje) a 256 MB RAM. Výpočet organizovala stanice s frekvencí procesoru 1,7 GHz a pamětí o kapacitě 1 GB RAM.

7.3.2. Možné nasazení distribuovaných výpočtů

Výpočetní úlohy byly provedeny v rámci běžného uživatelského konta pod operačním systémem Microsoft Windows 2000 Professional. Lze předpokládat, že naprostá většina osobních počítačů je vybavena obdobně. Instituce vlastní takové počítače tedy de facto vlastní paralelní systém vhodný pro přiměřené n -tělesové simulace, např. kolize galaxií.

⁴⁷ angl. giga floating-point operations per second, miliardy operací s plovoucí řádovou čárkou za sekundu

Lze tak předpokládat, že největší výpočetní výkon je dnes rozdělen mezi stamilióny lidí po celém světě a centrem, který by mohl tento potenciál spojit, je internet. Také představovaná implementace n -tělesové simulace je určena pro aplikaci právě v těchto podmínkách.

Distribuované systémy pracující na tomto principu by se daly využít pro výzkum a pokrok také v mnoha dalších oblastech lidského vědění, mimo jiné např. v matematice, ekonomii, výzkumu prostředí, boji proti nemocem atd. Lidé již ukázali ochotu spoluúčastnit se takových projektů, které je zajímají⁴⁸.

7.4. Počítačová implementace paralelní verze Barnesova-Hutova algoritmu

Podstatnou část sekvenčního kódu jsem musel pro distribuovanou verzi přepsat, přestože smysl zůstal převážně stejný. Většina úsilí musela být soustředěna do záležitostí specifických pro vývoj distribuovaných systémů (především komunikace a synchronizace).

Podle Flynnovy klasifikace paralelních počítačů se jedná úlohu běžící na systému typu MIMD⁴⁹. Konkrétně se jedná o volně vázaný systém, kde má každý z procesorů přímo přístupnou pouze vlastní (tj. lokální) paměť. Každý procesor pracuje nezávisle, ale procesy spolupracují pomocí komunikační části programu s ostatními na dosažení celkového cíle výpočtu (provedení časového kroku simulace). Komunikace s okolními procesory je prováděna pomocí TCP/IP⁵⁰.

Jedna stanice organizuje celý výpočet (vytváří počáteční data, přebírá, interpretuje, přerozděluje a ukládá výsledky), ostatní provádějí výpočet na způsob SPMD⁵¹. Z hlediska paralelizace programu se tedy jedná o procesorovou farmu (Ježek a kol., 1997). Pro spuštění výpočtu jsou třeba minimálně tři stanice. Jeden organizér (farmář) a dva výpočetní stroje (dělníci). Použití pouze jednoho výpočetního stroje by nevedlo k žádnému urychlení oproti čistě sekvenční verzi.

Tento přístup směřoval k urychlení výpočtu vzhledem k sekvenční variantě BH algoritmu. Nelze však uvažovat, že výpočetní čas, který by byl potřebný pro provedení výpočtu na jediném stroji, lze jednoduše podělit počtem procesorů, na kterých úloha běží. Bylo třeba zajistit především pouze minimální komunikační režii, která vyžaduje čas navíc při výměně dat mezi procesory. Na druhou stranu se zčásti mohlo projevit tzv. anomální urychlení tím, že při provádění programu jsou např. všechna pole (realizující stromy v BH algoritmu) menší, čímž se lépe využívá rychlá paměť cache a průchod jimi je rychlejší.

7.4.1. Dekompozice prostoru mezi procesory

Klíčem k úspěchu u paralelního výpočtu je zajištění dobrého rozložení zatížení jednotlivých procesorů. Proto je nutné zabezpečit vhodné rozdělení dat mezi jednotlivé procesory. Dalším hlediskem je potřeba zajistit minimální komunikaci mezi procesory.

Nejprve jsem zamýšlel využití čistého modelu SPMD, kde by všechny stanice spolupracovaly a nepotřebovaly by žádnou další specializovanou stanicí, která by je organizovala. Tato varianta se po určité době ukázala jako nemožná, jelikož tělesa nemohou být mezi různé procesory

⁴⁸ Jedním z nich je hledání mimozemského umělého signálu v rámci projektu SETI@Home.

⁴⁹ angl. Multiple Instruction, Multiple Data

⁵⁰ specifikace RFC 1180

⁵¹ angl. Single Program, Multiple Data

ry rozdělena náhodně. Stejně tak není optimální tělesa rozdělit pouze tím způsobem, že by každý procesor zpracovával určitou pevně stanovenou pravoúhloú oblast. Rozdělení musí být provedeno na základě znalosti celého simulovaného objemu těles adaptivně.

V problémech, jako jsou n -tělesové simulace se využívá metoda geometrická dekompozice. Je nutné rozdělit celý simulovaný prostor těles a ty předat ke zpracování jednotlivým výpočetním strojům. Tělesa pro jednotlivé procesory v paralelních systémech jsou obvykle získávány podle *ortogonální rekurzivní bisekce* ORB⁵². Ta spočívá v rekurzivním dělení prostoru v každé kartézské souřadnici dvěma tak dlouho, dokud není každému procesoru přiřazena jedna doména. Rozdělení prostoru musí být zajištěno takovým způsobem, aby byly všechny procesory rovnoměrně zatíženy a například některé nečekaly na ostatní.

Pro dělení prostoru na domény však existuje rychlejší metoda. Metoda *costzones*⁵³ je méně náročná na výpočetní čas a také zajišťuje lepší rozdělení zatížení mezi jednotlivé procesory. Dynamického rozložení zatížení procesorů je dosaženo zavedením proměnné, která je navýšena při výskytu interakce. Ta určuje váhu každého tělesa v seznamu. Myšlenka metody spočívá v seřazení prostorově rozložených dat do jednorozměrného seznamu. To lze provést pomocí křivek vyplňujících prostor, které prochází každým bodem simulovaného prostoru⁵⁴. Jednorozměrný seznam je pak rozsekán podle počtu procesorů a tělesa jsou rozeslána mezi procesory.

Nejprve jsem zvažoval použití Mortonovy křivky, která není v celém prostoru spojitá, ale snadněji se naprogramuje. Mortonova křivka však byla již mnohokrát použita (Warren, Salmon a kol., 1993, 1997). Proto jsem ve své paralelní variantě BH algoritmu použil pro seřazení prostorově rozložených těles do jednorozměrného seznamu Hilbertovu křivku (Moon a kol., 1996), která je v celém prostoru spojitá.

Syrová data z celkem sedmi simulací, získaná z distribuované varianty n -tělesové simulace vyvinuté pro tuto práci, jsou uložena na devíti CD s kapacitou 700 MB. Vzhledem k tomuto objemu obsahuje příložené médium pouze animace vývoje vybraných simulovaných systémů, které byly získány na základě těchto dat.

⁵² S. B. Baden, 1987, „*Run-time partitioning of scientific continuum calculations running on multiprocessors*“, Ph.D. thesis, University of California, Berkeley.

⁵³ J. P. Singh, 1993, „*Parallel hierarchical N-body methods and their implications for multiprocessors*“, Ph.D. thesis, Stanford University.

⁵⁴ Většina křivek vyplňujících prostor, jako například Mortonovo řazení, je nespojitých.

8. Počítačové simulace vývoje galaxií

8.1. Rozdělení galaxií

Galaxie jsou soubory převážně hvězd, plynu, prachu a neviditelné hmoty, které jsou vzájemně gravitačně vázány. Převládající silou utvářející galaxie je gravitace, magnetická pole lze zanedbat. n -tělesové simulace rozpínajícího vesmíru ukazují, jak se hmota začala v raném vesmíru shlukovat a tvořit větší uskupení, až vznikly útvary, které označujeme galaxie. Tento proces probíhá i nadále (viz kap. 9).

Podle morfologie jsou galaxie rozdělovány do tří základních skupin: spirální, eliptické a nepravidelné.

8.1.1. Spirální galaxie

Tento druh galaxií je rozlišován podle rozvinutosti spirálních ramen. Není v nich příliš náhodného pohybu. Většina kinetické energie je ukryta v uspořádané rotaci a jsou tedy „chladné“. Rotace hvězd v galaktickém disku kolem centra (obvykle černé díry) je popsána rotační křivkou.

8.1.1.1. Příčky

Osová nesymetrie ve spirálních galaxiích se označuje jako příčka. Příčka představuje oblast, kde je soustředěna převážná většina pozorovatelné hmoty. Ukázalo se, že příčku, alespoň malou, lze pozorovat u většiny galaxií včetně té naší (Binney, 1995).

Také n -tělesové simulace ukazují, že chladné disky jsou nestabilní a velice záhy se v nich samovolně objevuje osová nesymetrie. S pokračujícím vývojem systému tato nesymetrie pomalu slábne (Sellwood, 1981).

8.1.2. Eliptické galaxie

Podstatná část kinetické energie těchto systémů je tvořena náhodným pohybem hvězd. Takové galaxie jsou označovány jako „horké“. Předpokládá se, že velké eliptické galaxie vznikly sloučením spirálních galaxií. Menší jsou pak většinou výsledkem interakce nepravidelných galaxií.

8.1.3. Nepravidelné galaxie

Galaxie označované jako nepravidelné nemají žádnou zvláštní strukturu. Obvykle se jedná o malé galaxie, které pozorujeme ve chvíli, kdy jsou obětmi kanibalismu větší galaxie. Po určité době větší galaxie menší společníci úplně pohltí. Také Galaxie nabývá na velikosti díky kanibalismu. V současné době již například pohlcuje dvě nedaleké nepravidelné galaxie, tzv. Magellanova mračna (viz kap. 9).

8.2. Složkový model galaxií – počáteční podmínky

Jedno z možných modelování struktury galaxie lze provést na základě vzhladu jednotlivých složek. Tento postup jsem zvolil pro své simulace. Umožňuje sestavit mnoho různých modelů galaxií výběrem komponent a změnou jejich parametrů. Na tělesa v modelech neprobíhá žádný

vnější potenciál, takže všechny simulace, které jsem provedl, jsou zcela konzistentní⁵⁵. Všechny části galaxie na sebe během simulace působí.

Jedná se však samozřejmě o zjednodušení. Jednotlivé části se ve skutečnosti z fyzikálního hlediska prolínají a není možné je takto jednoznačně oddělit. Avšak ani distribuční funkce těchto idealizovaných komponent ve skutečných galaxiích nejsou přesně známy. Proto nebylo generování počátečních podmínek snadné a musel jsem najít správné hodnoty jednotlivých parametrů tak, aby se výsledek co nejvíce blížil pozorovaným skutečnostem. Hodnoty parametrů byly voleny v obecně přijímaných mezích pro parametry skutečné Galaxie. Rozptyl těchto hodnot ztěžuje vytvoření správného modelu.

Jelikož je model konzistentní, jsou vygenerované složky nejprve ponechány relaxaci v přítomnosti ostatních složek. Během této rané fáze, kdy se model stabilizuje a jednotlivá tělesa přestávají mít striktní charakter dané modelové složky, jsou pozorovatelné pravidelné zhuštění podobné prstencům. Jedná se o útvary vzniklé v důsledku matematického modelu složek, na jehož základě se generují počáteční podmínky těles. Rychlost těles zcela neodpovídá jejich prostorovému rozložení. Tento matematický postup vytváření modelu galaxie se liší od reálných podmínek v galaxiích, které se ve skutečnosti vyvinuly naprosto odlišným způsobem.

Tyto zhuštění se objevují v důsledku počátečních podmínek, kdy se z matematického modelu stává za působení simulované gravitační síly exaktnější fyzikální model galaxie. Ten odpovídá skutečnosti lépe než složkový model, ale není možné jej matematicky popsat. Toto je jeden z důvodů, proč je nutné používat n -tělesové simulace. Po určité době jsou tyto zhuštění modelem absorbovány, systém těles se stabilizuje a dostane se do rovnováhy. Tento stav pak odpovídá pozorované skutečnosti.

8.2.1. Modely s diskem

8.2.1.1. Distribuce částic

Počáteční rozdělení hvězd v rovině disku (x - y) je dáno hustotou pravděpodobnosti v Kuzminově disku:

$$\rho_D(r) = \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{r^2}{a_d^2}\right)^{-\frac{3}{2}}, \quad (8.1)$$

kde ρ_0 je konstanta, r je vzdálenost částice od středu disku a a_d je délková míra polom ru. Částice v exponenciálním disku jsou v jeho rovině rozděleny s hustotou pravděpodobnosti

$$\rho_D(r) = \rho_0 \cdot \exp\left(-\frac{r}{r_{d \max}}\right), \quad (8.2)$$

kde je $r_{d \max}$ maximální poloměr disku. Všechny simulace mají částice disku umístěny s rozdělovací funkcí podle (6.1).

Ve směru kolmém na hlavní rovinu disku (osa z) je hustota pravděpodobnosti dána jako

⁵⁵ Ne všechny simulace jsou konzistentní. V případech nekonzistentních simulací je n která ze složek přítomna pouze ve formě konstantního potenciálu. Výhodou tohoto přístupu je zmenšení počtu n potřebných těles a tím urychlení výpočtu, nevýhodou je chybějící interakce mezi potenciálem zastoupenou složkou a ostatními objekty. Proto je takový model méně reálný.

$$\rho_{Dz}(z, r) = \rho_0 \cdot \cosh^{-2} \left(\frac{z}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_{\max}^2}}} \right) \quad (8.3)$$

podle Spitzera. Další parametry také souvisí s tloušťkou disku. Jedná se o maximální vzdálenost částic od roviny disku z_0 a poloměr r_{ignored} , za nímž se již částice mimo hlavní rovinu disku nenachází. Parametr r_{ignored} byl při generování počátečních podmínek vždy nastaven na 2 kpc.

8.2.1.2. Rotační křivka

V případě chladného disku mají částice pouze tangenciální, kruhové rychlosti. Mírně klesající křivku jsem určil pozměněním Toomreovy rotační křivky⁵⁶

$$v(r) = C \cdot (1 + r^2)^{-\frac{3}{5.3}}, \quad (8.4)$$

kde C je konstanta.

Plochou rotační křivka pak jako

$$v(r) = C \cdot (1 + r^2)^{\frac{3}{5.9}}. \quad (8.5)$$

8.2.1.3. Vznik příčky

V simulacích, kde jsem ponechal disk chladný, docházelo ke vzniku silné příčky. Přesto u většiny skutečných stelárních disků tolik výraznou příčku nepozorujeme. Vzniku osové nesymetrie lze zabránit přidáním náhodného pohybu částicím disku. Dále vzniku příčky brání stabilizační účinky rozsáhlého temného hala.

8.2.1.4. Horký disk

Vzniku Jeansových osových nesymetrií zčásti zabraňuje také přidání náhodného pohybu.

Podle Toomra⁵⁷ je tangenciální disperze v rychlosti $\sigma_{\text{tan}} = 3,36 \cdot Q_{\text{Toomre}} \cdot \frac{G \cdot \rho_D(r)}{2 \cdot \omega(r)}$, kde

Q_{Toomre} je Toomreův parametr stability, G je gravitační konstanta, $\rho(r)$ je rozložení hvězd v rovině disku a $\omega(r)$ úhlová rychlost určitelná ze vztahu $\omega(r) = \frac{v}{r}$. Radiální disperze je

$\sigma_{\text{rad}} = 3,36 \cdot Q_{\text{Toomre}} \cdot \frac{G \cdot \rho_D(r)}{\kappa(r)}$, kde $\kappa(r)$ je Lindbladova epicyklická frekvence. Epicyklická

frekvence je úměrná úhlové frekvenci a je zvolena jako $\kappa(r) = \sqrt{2} \cdot \omega(r)$.

⁵⁶ A. Toomre, 1963, „On the distribution of matter within highly flattened galaxies“, *Astrophys. J.*, vol. **138**, p. 385.

⁵⁷ A. Toomre, 1964, „On the gravitational stability of a disk of stars“, *Astrophys. J.*, vol. **139**, p. 1271.

Vertikální disperze rychlosti (disperze v rychlosti ve směru kolmém na hlavní rovinu disku) je určena jako část tangenciální disperze podle parametru μ_z takto

$$\sigma_z = \mu_z \cdot \sigma_{\tan} \quad (8.6)$$

8.2.2. Modely s výdutí

Výduť je silnější oblast v centru galaxie s velkou koncentrací hmoty. Rozložení částic výduti je dáno hustotou pravděpodobnosti

$$\rho_B(r) = \rho_0 \cdot \frac{a_b}{r \cdot (r + a_b)^3}, \quad (8.7)$$

kde a_b je délková míra výduti. Jinak lze výduť modelovat také Plummerovou distribucí (viz další odstavec). Maximální vzdálenost částic výduti od středu udává parametr $r_{b\max}$.

8.2.3. Modely s halem

Halo je v podstatě pokračováním výduti v centrální části galaxie. Již dlouho je známo, že halo částečně zabráňuje vzniku osově nesymetrických nestabilit (Barnes a Hernquist, 1992). Distribuce částic je dána Plummerovou distribucí

$$\rho_H(r) = \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{r^2}{a_h^2}\right)^{-\frac{5}{2}}. \quad (8.8)$$

Parametr a_h udává délkovou míru poloměru. Maximální vzdálenost částic hala od středu udává parametr $r_{h\max}$.

8.2.4. Modely s temným halem

Rotační křivka spirálních galaxií, stejně jako té naší, je plochá. Aby byla shoda mezi pozorováními a simulacemi, bylo třeba zavést opticky nepozorovatelné, rozsáhlé temné halo, které by tuto podmínku zajistilo (Dubinski, Mihos, Hernquist, 1996). Hustota pravděpodobnosti částic v temném halu je podle Hernquista (1993) dána:

$$\rho_{DH}(r) = \rho_0 \cdot \frac{\alpha}{r_{dh\max}} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{r_{dh\max}^2}\right)}{r^2 + \gamma^2}, \quad (8.9)$$

kde $r_{dh\max}$ je maximální poloměr hala, γ je poloměr jádra a α je konstanta definovaná

$$\alpha = \left\{1 - \sqrt{\pi} \cdot q \cdot \exp(q^2) \cdot [1 - \operatorname{erf}(q)]\right\}^{-1}, \quad \text{kde } q = \frac{\gamma}{r_{dh\max}}.$$

Z výsledků projektů snažících se objasnit povahu temné hmoty vyplývá, že její většina není tvořena kompaktními hmotnými objekty jako jsou černé díry nebo hnědí trpaslíci. Proto je nutno v simulacích složce temné hmoty přisoudit co možná největší množství částic, charakterizující její rovnoměrné rozložení do téměř kulovitého hala.

8.3. Volba jednotek

Pro simulace je výhodné zavést nové jednotky. Jednotka hmotnosti je určena podle úhrnné hmotnosti hvězd v Galaxii.

- gravitační konstanta $[G] = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$ ⁵⁸
- jednotka hmotnosti $[m] = 2 \cdot 10^{11} \cdot M_{\odot} = 2 \cdot 10^{11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 3,98 \cdot 10^{41} \text{ kg}$
- jednotka délky $[l] = 1 \text{ kpc} = 3,09 \cdot 10^{19} \text{ m}$

Ostatní jednotky lze odtud odvodit:

Z gravitačního zákona máme

$$[F] = [G] \cdot \frac{[m^2]}{[l^2]}, \quad (8.10)$$

přičemž levá strana této rovnice je

$$[F] = [m] \cdot [a] = [m] \cdot \frac{[v]}{[t]} = [m] \cdot \frac{[l]}{[t^2]}. \quad (8.11)$$

Po dosazení z (6.11) za levou stranu do (6.10) dostáváme

$$[m] \cdot \frac{[l]}{[t^2]} = [G] \cdot \frac{[m^2]}{[l^2]}. \quad (8.12)$$

Odtud lze již vyjádřit t a po číselném dosazení odsud plyne jednotka času.

- jednotka času $[t] = 1,06 \cdot 10^6 \text{ rok}$
- jednotka rychlosti $[v] = 924 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

⁵⁸ Tento přístup také umožňuje provést urychlení výpočtu gravitační interakce.

9. Počítačové simulace kolize galaxií

Galaxie nežijí v osamocení. Zřejmě jen malý počet galaxií se vůbec neseťkává s jinými. Například sousední Magellanova mračna zažívají slapové působení naší Galaxie. Naše Galaxie by se pak mohla za několik miliard let setkat se zhruba dvakrát tak velkou galaxií M31, která je dnes v souhvězdí Andromedy. Je pravděpodobné, že z tohoto setkání vznikne eliptická galaxie. Kolize galaxií jsou značně podporovány přítomností temného hmoty, které je mnohem rozsáhlejší než pozorovaná viditelná část a gravitačně působí nejen na vnitřní části disku, ale také právě na okolní galaxie (viz odst. 10.3).

Pokud dojde ke kolizi galaxií (dojde k jejich vzájemnému prostoupení), nedochází u nich obvykle ke kolizi hmoty, jež je tvoří. Hvězdy v galaxiích tedy téměř nikdy nekolidují, výjimkou jsou například husté oblasti jádra galaxií.

Při gravitačním působení mezi galaxiemi se objevují různé deformace. Na jejich základě lze usuzovat o jejich minulém dynamickém vývoji. Morfologie, kterou galaxie vykazují, jsou pozůstatkem po těchto setkáních. Je navíc možné, že eliptické galaxie jsou výsledkem sloučení dvou nebo více galaxií. Na základě n -tělesových simulací byly vytvořeny atlasy obsahující různé tvary galaxií a ukazující počáteční konfigurace původních galaxií.

Nejprve jsem vytvořil odděleně počáteční podmínky pro galaxie tvořící kolizní systém, jak je popsáno v kapitole 8.2. Jedna galaxie je označována jako „centrální“ a druhá, která je obvykle menší, jako „společnice“. Počáteční podmínky oddělených galaxií jsou nastaveny tak, že hlavní rovina hvězdného disku je umístěna v rovině os xy souřadnicového systému.

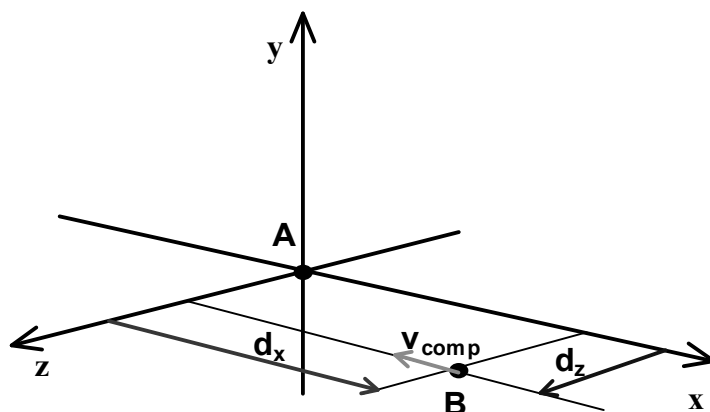
Při nastavení kolize používám dva modely: model přímého setkání a model kepleriánského setkání. Změnou parametrů těchto modelů lze získat teoreticky neomezený počet počátečních konfigurací. U obou modelů se nastavují dva parametry udávající orientaci dané galaxie vůči souřadnicovému systému. Parametry udávající orientaci galaxie v prostoru jsou úhel i a úhel ω pro každou z galaxií. Úhel natočení kolem osy y je označen jako i a rotace kolem osy z jako ω . Úhly jsou zadávány ve stupních.

9.1. Model přímého setkání

U tohoto modelu je počáteční konfigurace kolidujících galaxií udána následujícími parametry (názorně viz obr. č. 7):

- počáteční vzdálenost mezi galaxiemi d_x – udává vzdálenost středu společnice od středu centrální galaxie ve směru osy x
- počáteční odchylka společnice od středu centrální galaxie d_z – udává vzdálenost středu společnice od středu centrální galaxie ve směru osy z
- rychlost společnice vzhledem k centrální galaxii v_{comp} – udává, jakou rychlostí se celá společnice pohybuje směrem k centrální galaxii proti směru osy x

Počáteční podmínky jsou nastaveny tak, že se hmotný střed centrální galaxie nachází v poloze $0, 0, 0$. Hmotný střed společnice je nastaven podle výše uvedených parametrů.



Obrázek 8. Parametry modelu přímého setkání.

9.2. Model kepleriánského setkání

Tento model jsem vytvořil z důvodu souladu s většinou ostatních autorů kolizních simulací⁵⁹, kteří pro popis kolizí používají tři následující parametry společnosti:

- číselná výstřednost ε – číselná výstřednost kuželosečky, po které se pohybuje společnost
- čas do pericentra t_p – doba, za kterou by se společnost dostala do pericentra, pokud by se dále pohybovala přesně podle původní kuželosečky
- vzdálenost v pericentru r_p – vzdálenost v pericentru, kterého by společnost dosáhla, pokud by se nadále pohybovala přesně podle původní kuželosečky (neboli nejmenší vzdálenost společnosti od ohniska kuželosečky, v němž se nachází centrální galaxie)

Počáteční podmínky jsou nastaveny tak, že se hmotný střed centrální galaxie nachází v ohnisku kuželosečky. Hmotný střed společnosti je nastaven tak, jako by se pohyboval po kepleriánské dráze podle výše uvedených parametrů. Společnice se pohybuje v rovině x - y souřadnicového systému.

⁵⁹ např. J. Barnes, L. Hernquist, 1996, „*Transformations of Galaxies. II. Gasdynamics in Merging Disk Galaxies*”, vol. 471, p. 115.

10. Didaktický rozbor využití animací a simulací z programu AMON

Student by se měl dozvědět, že proces vývoje galaxií ve vesmíru trvá desítky až stovky milionů let a provádět gravitační simulace n -těl je nemožné pouze na počítači. Počítačové simulace jsou tedy přijatelnou cestou jak dynamicky zachytit takové procesy.

Pomocí mnoha parametrů v programu mohou studenti vytvořit libovolné modely galaxií a desítky nebo stovky milionů let působení gravitace potřebné pro jejich vývoj jsou simulovány tak, že v nejhorším případě trvá celý proces několik hodin s využitím současného počítačového procesoru.

10.1. Simulace se vznikem silné příčky

Z pozorování plyne, že většina spirálních galaxií má alespoň slabou příčku. Simulace č. 1 a č. 2 ukazují vývoj osamocenému disku. Z podobných n -tělesových simulací je již dlouhou dobu známo, že disky bez hala a náhodného pohybu jsou nestabilní a velmi záhy se v nich tvoří silná příčka v centrální oblasti. Stejný výsledek poskytují také tyto dvě simulace.

Mezi oběma simulacemi je rozdíl pouze v celkové hmotnosti těles v disku. Nejprve vzniknou zóny s větší koncentrací částic (prstence), které jsou výraznější u první simulace. Tyto hustotní vlny tvoří tělesa především z centrálních a středních částí disku, která nemají dostatek pohybové energie. Je pozorovatelné, jak se tato tělesa přesunují ke středu disku, kde jsou urychlena, expandují zpět a vytvářejí prstence. Jde o zmiňovaný nesoulad mezi počáteční rotační křivkou disku, která zcela neodpovídá počátečnímu rozložení hmotnosti. S postupujícím vývojem tyto oblasti mizí a vzniká silná příčka. V případě simulace č. 2, kde hmotnost disku odpovídá hmotnosti pozorovatelné hmoty v Galaxii, je situace lepší a zhuštění jsou méně výrazné. V simulaci č. 1, kde má disk 90 % hmoty simulace č. 2, jsou zhuštění výraznější.

Simulace č. 1 pokrývá časové období 0,5 miliardy let, simulace č. 2 zhruba 0,75 miliardy let.

TABULKA 1. Složky simulace č. 1 a č. 2

celkový počet těles.....	10 000.....	10 000
celková hmotnost.....	0,9.....	1
počet těles v disku.....	10 000.....	10 000
celková hmotnost disku.....	0,9.....	1

TABULKA 2. Parametry disku simulace č. 1 a č. 2

r_{\max}	27.....	27
z_0	0,5.....	0,5
a_d	3,5.....	3,5

náhodný pohyb ne..... ne

TABULKA 3. Parametry výpočtu simulace č. 1 a č. 2

otevírací úhel θ	1	1
zjemňovací vzdálenost ε	1	1
integrační krok	1	1
počet integračních kroků	485	756

10.2. Simulace s horkým diskem

Jak je z přírody známo, reálné galaxie příčku tak silnou, jak naznačují simulace č. 1 a 2, nemají. Zatímco v těchto dvou simulacích měly na počátku objekty pouze systematické kruhové rychlosti podle rotační křivky, přidal jsem proto v simulaci č. 3 náhodný pohyb. Podobně chaotický pohyb se vyskytuje především v eliptických galaxiích.

Hodnotu Toomreova parametru jsem zvolil jako 1,2. Tato hodnota zabránila vytvoření příčky. Šum v pravidelném pohybu také neumožní vzniknout umělým zhuštěninám.

Simulace horkého disku pokrývá časové období téměř 1 miliardy roků. Animace ukazuje, že ani během této doby nedošlo k vytvoření žádné znatelné příčky.

TABULKA 4. Složky simulace č. 3

celkový počet těles	15 000
celková hmotnost	1,2
počet těles v disku	15 000
celková hmotnost disku	1,2

TABULKA 5. Parametry disku simulace č. 3

r_{\max}	27
z_0	0,5
a_d	3,5
náhodný pohyb	ano
Q_{Toomre}	1,2
μ_z	0,5

TABULKA 6. Parametry výpočtu simulace č. 3

otevírací úhel θ	1
zjemňovací vzdálenost ε	1
integrační krok	1
počet integračních kroků	908

10.3. Simulace s temným halem

Plochá rotační křivka hvězd ve spirálních galaxiích ukazuje na přítomnost další hmoty, která není pozorovatelná v žádné části spektra elektromagnetického vlnění. Také počet pozorovaných kolizních systémů naznačuje přítomnost hala temné hmoty (viz kapitola 9).

V simulaci č. 4 je ještě pozorovatelný počáteční kolaps části hmoty disku a jeho následná expanze dávající vzniknout zhuštěninám kolem disku. Zrodu výrazných umělých zhuštěnin jako v simulacích č. 1 a č. 2 zřejmě zabraňuje gravitační potenciál hmotného temného hala. Simulace č. 5 pak má odlišné parametry a zhuštěniny pozorovatelné nejsou.

V simulaci č. 5 naopak vzniká charakteristický vír pozorovaný u skutečných spirálních galaxií.

TABULKA 7. Složky simulace č. 4 a č. 5

celkový počet těles.....	28 800.....	20 500
celková hmotnost.....	4,01.....	1,89
počet těles v disku.....	8 000.....	5 000
celková hmotnost disku	1.....	0,5
počet těles výduti	800.....	500
celková hmotnost výduti.....	0,01.....	0,09
počet těles temného hala.....	20 000.....	15 000
celková hmotnost hala	3.....	1,8

TABULKA 8. Parametry disku simulace č. 4 a č. 5

r_{\max}	27.....	27
z_0	0,5.....	0,5
a_d	3,5.....	3,5
náhodný pohyb	ne.....	ne

TABULKA 9. Parametry výduti simulace č. 4 a č. 5

$r_{b \max}$	3,5.....	3,5
a_b	3,5.....	3,5

TABULKA 10. Parametry temného hala simulace č. 4 a č. 5

$r_{dh \max}$	84.....	84
γ	3,5.....	3,5
a_{dh}	3,5.....	3,5

TABULKA 11. Parametry výpočtu simulace č. 4 a č. 5

otevírací úhel θ	1.....	0,85
zjemňovací vzdálenost ε	1.....	0,8
integrační krok.....	1.....	0,8
počet integračních kroků	278.....	252

10.4. Srážky galaxií

Simulace č. 6 představuje přímou kolizi dvou galaxií a pokrývá časové období 360 milionů let. Společnice na centrální galaxii nalétává ze vzdálenosti 12 kpc rychlostí $1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Centrální galaxie má rovinu disku natočenou kolmo k rovině disku společnice.

Po sblížení obou galaxií je patrná deformace společnice. Ta osciluje kolem středu centrální galaxie se stále se zmenšující amplitudou, až začne splývat s centrální galaxií. Některá tělesa původní společnice si však ponechají zřetelně odlišnou charakteristiku pohybu vůči pohybu těles původní centrální galaxie. Vzhledem k tomu, že společnice má více než pětinu hmotnosti centrální galaxie, dochází při jejich sblížení také k částečnému ovlivnění struktury centrální galaxie.

TABULKA 12. Složky centrální galaxie a její společnice

celkový počet těles.....	10 000.....	5 600
celková hmotnost.....	1,2.....	0,275
počet těles v disku.....	10 000.....	5 000
celková hmotnost disku	1,2.....	0,165
počet těles výduti	0.....	500
celková hmotnost výduti.....	0.....	0,055
počet těles hala.....	0.....	100
celková hala	0.....	0,055

TABULKA 13. Parametry disku centrální galaxie a její společnice

r_{\max}	10.....	10
z_0	0,5.....	0,5
a_d	3,5.....	1
náhodný pohyb	ne.....	ne

TABULKA 14. Parametry výduti společnice

$r_{b \max}$	0,5
a_b	0,5

TABULKA 15. Parametry hala společnice

$r_{h \max}$	10
a_h	10

TABULKA 16. Parametry výpočtu kolizního systému

otevírací úhel θ	0,7
zjemňovací vzdálenost ε	0,7
integrační krok	0,7
počet integračních kroků	485

Provedl jsem ještě další dvě simulace, ve kterých však došlo pouze ke sloučení disků. Tyto simulace nevypadaly realisticky (měly špatně nastavené počáteční podmínky) a uvádím je zde pouze jako demonstraci možnosti provádět rozsáhlé simulace s počtem těles závislým pouze na poskytnutém výkonu procesorů. Výpočet gravitačních interakcí zde probíhal pro 80 000, resp. 120 000 t les.

11. Závěr

Tato práce tvoří základ výukového-výzkumného projektu gravitační n -tělesové simulace. Využívá přitom novou pedagogiku založenou na konstruktivistickém přístupu studenta k informacím. Využití práce je založeno na dvou hlavních pilířích: samostudium a svobodné využití všech částí.

Představil jsem architekturu studia rozloženou do tří vrstev. První vrstva je pro studenty, kteří se zajímají pouze o animace vhodné pro veřejné předvádění a prezentace. Studenti v druhé vrstvě se budou zajímat více a budou si číst informace zapsané v odborných částech této práce. Vyvrcholením tříúrovňového přístupu je umožnění studentovi projít celým vývojovým cyklem a hluboce pochopit použití počítačových simulací přírody.

Pokrok v technologii osobních počítačů (PC) umožňuje v poslední době tyto stroje používat k trojdimenzionálním simulacím pohybů astronomických objektů v rozsáhlých systémech, jako jsou galaxie. Pro tyto simulace jsem počítače využíval mimo dobu, která je vyhrazena pro práci studentů při výuce či při jejich samostatné činnosti. To ukazuje, že pro náročné výpočty není vždy třeba pořizovat nákladné superpočítače nebo PC-clustery. Ty pak kvůli přílišné specializaci zůstávají nevyužity a rychle zastarávají.

V práci popisují paralelní simulační software, který je založen na stromovém Barnes-Hutově algoritmu výpočtu sil v systému n -těles s vlastní organizací synchronizace a systémem zasílání zpráv pro operační systémy založené na Windows NT. Software využívá z hlediska distribuovaného výpočtu model „farmer-workers“. Jeho součástí je také generátor počátečních podmínek pro různé modely galaxií a jejich kolizí ve formě přívětivého průvodce. Stromový algoritmus je výrazně rychlejší oproti algoritmu přímé sumace.

Z rozboru provedených simulací rozsáhlých systémů vyplývá, že jejich výsledky odpovídají pozorováním, která provádějí astronomové – vznik přičky u galaxií, přítomnost rozsáhlého temného hala a kolizím galaxií.

Vývoj systému je během simulace vizualizovaný v obou simulačních programech ve třech rozměrech s možností volby libovolného místa a úhlu pohledu. Vývoj systému těles lze uložit pro provedení pozdějších analýz či pro předvádění.

Student pracující na výukově-výzkumném projektu n -tělesové simulace se naučí lépe porozumět fungování přírody a přitom se dotknout velmi hlubokých humanistických otázek.

Zdrojové kódy programu Phaethon, simulující sluneční soustavy, který jsem napsal výhradně pro rigorózní práci mají více než 14 000 řádek zdrojových kódů v jazyce C++. Do toho nepočítám vizuální zdroje ani svoji vlastní knihovnu funkcí.

Chci také pozvat každého čtenáře této práce, aby navštívil webové sídlo věnované rigorózní práci na adrese <http://home.zcu.cz/~schwarzl/rigo/nbody.html>. Může zde prozkoumat animace, odborné části textu určené pro samostudium a stáhnout si zdrojové kódy simulačních programů.

12. Poděkování

Tato práce by nemohla vzniknout bez tichého přispění mnoha lidí. Alespoň některým bych rád na tomto místě poděkoval.

Děkuji všem lidem z NASA/Caltech/JPL NAIF, kteří se podílejí na vývoji báječného softwarového balíku SPICE. Umožnili mi snadnou práci s parametry těles sluneční soustavy, která by mi jinak zabrala stovky dalších hodin.

Carlu Saganovi za velkolepou knihu a seriál Kosmos, které mě inspirovali při návrhu mnoha simulací sluneční soustavy.

S radostí bych chtěl poděkovat také lidem z projektu FreeType, který tvoří David Turner, Robert Wilhelm, a Werner Lemberg, a kteří mi umožnili nádherně pracovat s true type fonty v simulačním programu Phaethon.

Další poděkování si zaslouží Julian Smart a další autoři multi-platformní knihovny wxWindows, která mi usnadnila vytvořit okenní rozhraní programu Phaethon a kde jsem našel vždy to, co jsem potřeboval.

Rovněž má mé díky Daniel Veillard, který napsal knihovnu Libxml pro projekt GNOME a umožnil mi tak snadno používat XML a XPATH pro konfigurační soubory s dodatečnými údaji pro fyzikální modely.

Simulační program Phaethon byl napsán s využitím vynikajícího, volně dostupného integrovaného vývojového prostředí Microsoft Visual C++ 2005 Express Edition.

Všem členům Katedry obecné fyziky Západočeské univerzity v Plzni za to, že čas strávený na katedře je ještě zábavnější a zajímavější než čas strávený se vším, co je uvedeno v této práci.

A nakonec a nejvíce mým rodičům za volnost, kterou mi poskytují.

Bibliografie

Formát citací je oproti běžným zvyklostem rozšířen ještě o plný název příslušného článku tak, aby si bylo možno učinit představu, o čem citovaná práce pojednává.

C. H. Acton, 1996, „*Ancillary Data Services of NASA's Navigation and Ancillary Information Facility*“, Planetary and Space Science, vol. **44**, no. 1, p. 65-70.

J. E. Barnes, P. Hut, 1986, „*A Hierarchical $O(N \log N)$ Force-Calculation Algorithm*“, Nature, vol. **324**, p. 446.

J. E. Barnes, L. Hernquist, 1992, „*Dynamics of interacting galaxies*“, Annual Rev. Astron. Astrophys., vol. **30**, p. 705.

U. Becciani, V. Antonuccio-Delogu, M. Gambera, 2000, „*A Modified Parallel Tree Code for N-Body Simulation of the Large-Scale Structure of the Universe*“, J. Comput. Phys., vol. **163**, p. 118.

J. Binney, 1995, „*The evolution of our galaxy*“, Sky and Telescope, vol. **89**, p. 20.

R. P. Butler a kol., 2006, „*Catalog of Nearby Exoplanets*“, Astrophys. J., vol. **646**, p. 505.

J. Dubinski, J. C. Mihos, L. Hernquist, 1996, „*Using tidal tails to probe dark matter halos*“, Astrophys. J., vol. **462**, p. 576.

L. Hernquist, 1987, „*Performance characteristics of tree codes*“, Astrophys. J. Supp., vol. **64**, p. 715.

L. Hernquist, 1993, „*N-body realizations of compound galaxies*“, Astrophys. J. Supp., vol. **86**, p. 389.

K. Ježek, P. Matějovic, S. Racek, 1997, „*Paralelní architektury a programování*“, skriptum FAV ZČU.

A. Kawai, T. Fukushige, J. Makino, M. Taiji, 2000, „*GRAPE-5: A Special-Purpose Computer for N-body Simulations*“, Publ. Astron. Soc. Japan, vol. **52**, p. 659.

D. Merritt, 1993, „*Dynamics of elliptical galaxies*“, Science, vol. **259**, p. 1867.

B. Moon, H. V. Jagadish, C. Faloutsos, J. H. Saltz, 1996, „*Analysis of the Clustering Properties of Hilbert Space-filling Curve*“, Submitted to IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering.

X. X. Newhall, E. M. Standish, J. G. Williams, 1983, „*DE 102: a numerically integrated ephemeris of the Moon and planets spanning forty-four centuries*“, Astron. Astrophys., vol. **125**, p. 150.

J. K. Salmon, M. S. Warren, 1994, „*Skeletons from the treecode closet*“, J. Comp. Phys., vol. **111**, p. 136.

J. A. Sellwood, 1981, „*Bar Instability and Rotation Curves*“, Astron. Astrophys., vol. **99**, p. 362.

G. Sitarski, 1990, „*Determination of Angular Parameters of a Rotating Cometary Nucleus Basing on Positional Observations of the Comet*“, Acta Astronomica, vol. **40**, p. 405.

M. S. Warren, J. K. Salmon, 1993, „*A Parallel Hashed Oct-Tree N-Body Algorithm*“, Technical Paper Submitted to Proceedings of Supercomputing '93.

M. S. Warren a kol., 1997, „*Pentium Pro Inside: I. a Treecode at 430 Gigafllops on ASCI Red, II. Price/Performance of \$50/Mflop on Loki and Hyglac*”, <http://loki-www.lanl.gov/papers/sc97/> (27. února 2004).

Příloha A: Ukázka zdrojového programu – výpočet negravitačního zrychlení komety

```
#include <schwarzmeier/std.h>
using namespace JakubSchwarzmeier::Std::Math;

// Lsun
double lambda =
    m_simulation->GetSpice()->GetLSun(
        m_spiceBodyID, m_simulation->GetEt().GetJDN() );

// Angle between plane of comet's orbit and her equator
//

double I;
double latitude = GetPoleLatitude();
double longitude = GetPoleLongitude();

// compute Keplerian parameter ``inclination''
ConstSpiceDouble state[6] = {
    m_position[0] / 1000.0,
    m_position[1] / 1000.0,
    m_position[2] / 1000.0,
    m_velocity[0] / 1000.0,
    m_velocity[1] / 1000.0,
    m_velocity[2] / 1000.0 };

SpiceDouble mu = Simulation::GetG() * star->GetMass() * 1e-9;

SpiceDouble elts[8];
oscelt_c ( state, ( m_simulation->GetEt().GetJDN() - 2451545.0 ) * 86400.0,
mu, elts );

// inclination of body's orbit to ecliptic in degrees
double inclKeplerian = elts[2] * dpr_c ();

I = inclKeplerian - latitude;

//
// end Angle between plane of comet's orbit and her equator

// compute directional cosines, Z. Sekanina (1981)
double C1 = Functions::cos_angle(m_eta)+(1-Functions::cos_angle(m_eta)) *
pow(Functions::sin_angle(I),2)*pow(Functions::sin_angle(lambda),2);
double C2 = Functions::sin_angle(m_eta)*Functions::cos_angle(I)+(1-
Functions::cos_angle(m_eta)) * pow(Functions::sin_angle(I),2) *
Functions::sin_angle(lambda)*Functions::cos_angle(lambda);
double C3 = -(Functions::sin_angle(m_eta)*Functions::cos_angle(lambda)-(1-
Functions::cos_angle(m_eta)) * Functions::cos_angle(I) *
Functions::sin_angle(lambda)) * Functions::sin_angle(I);

// radial vector from star to comet, used for determination of true
anomaly too
```

```

Vector<> radial = m_position - star->GetPosition();

// water ice sublimation rate
double distance;
if (m_tau != 0)
{
    // asymmetric with regard to perihelion

    wxDateTime atTime = m_simulation->GetEt() + wxTimeSpan(0, 0, m_tau );

    SpiceDouble state[6];
    conics_c( elts, ( atTime.GetJDN() - 2451545.0 ) * 86400.0, state );
    distance = 1000. * sqrt( pow(state[0], 2) + pow(state[1],
2)+pow(state[2], 2) );
}
else
{
    distance = radial.GetLength();
}

// water vaporization curve
double rr0 = (distance/149.6e9)/2.808; // r/r0 [AU/AU]=[1]
double g = 0.111262*pow(rr0, -2.15)*pow( 1+pow(rr0, 5.093) , -4.6142);

// compute radial unit vector (e1)
radial.Normalize();

// compute transversal unit vector (e2)
Vector<> transversal = m_velocity;
transversal.Normalize();

// compute normal unit vector (e3)
Vector<> normal = vector_product(radial, transversal);
normal.Normalize();

// nongravitational acceleration
Vector<> nongravitational = 0;
switch (m_model)
{
case Marsden:
    {
        nongravitational = m_A[0]*radial*g;
        nongravitational += m_A[1]*transversal*g;
        nongravitational += m_A[2]*normal*g;

        break;
    }

case noprecession:
case linearprecession:
    {
        nongravitational = m_A[0]*C1*radial*g;
        nongravitational += m_A[1]*C2*transversal*g;
        nongravitational += m_A[2]*C3*normal*g;

        break;
    }
}

// convert AU*day-2 to m*sec-2
m_acceleration += 149.e9/pow(86400.,2.0) * nongravitational;

```