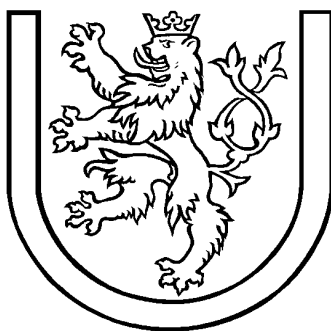


ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA OBECNÉ FYZIKY



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Jakub SCHWARZMEIER

Fy-VT, učitelství pro SŠ

Plzeň, březen 2004

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA OBECNÉ FYZIKY

POČÍTAČOVÉ MODELOVÁNÍ POHYBU

ASTRONOMICKÝCH OBJEKTŮ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Jakub SCHWARZMEIER

Fy-VT, učitelství pro SŠ

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Miroslav Randa, Ph.D.

Plzeň, březen 2004

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni dne 25. 03. 2004

.....

Poděkování

Rád bych na tomto místě poděkoval RNDr. Miroslavu Randovi Ph.D. za cenné připomínky, rady a podněty, které významným způsobem přispěly při psaní této práce. Zároveň bych chtěl poděkovat Ing. Václavu Vrbíkovi CSc., vedoucímu Katedry výpočetní a didaktické techniky ZČU a Ing. Zdeňku Šustrovi, z Oddělení operačních a distribuovaných systémů Centra informatizace a výpočetní techniky ZČU, za umožnění přístupu k výpočetním prostředkům, bez nichž by tato práce také nemohla vzniknout.

Obsah

Obsah	i
1. Úvod	1
<i>1.1. Motivace</i>	<i>1</i>
<i>1.2. Cíle.....</i>	<i>1</i>
<i>1.3. Literatura a zdroje informací</i>	<i>1</i>
2. Pohyb těles	3
<i>2.1. Fyzikální zákony a modely.....</i>	<i>3</i>
<i>2.2. Simulace a modelování</i>	<i>3</i>
<i>2.3. Analytické modely.....</i>	<i>3</i>
<i>2.4. Numerické modely</i>	<i>3</i>
3. Modely sluneční soustavy.....	4
<i>3.1. Keplerův model.....</i>	<i>4</i>
<i>3.2. Problém n-těles.....</i>	<i>4</i>
<i>3.3. Pokročilé modely</i>	<i>4</i>
<i>3.4. Stávající počítačové modely</i>	<i>4</i>
3.4.1. Málo přesné vzorce pro určení poloh planet	4
3.4.2. Metoda VSOP	5
3.4.3. Metoda JPL DE	5
4. Počítačová simulace sluneční soustavy	6
<i>4.1. n-tělesová simulace.....</i>	<i>6</i>
<i>4.2. Astronomické n-tělesové simulace.....</i>	<i>6</i>
<i>4.3. Implementace n-tělesové simulace</i>	<i>7</i>

4.4. Volba počátečních podmínek.....	8
4.5. Negravitační působení u komet	9
4.5.1. Rozpoznání anomálního pohybu komet	9
4.5.2. Model jádra komety coby koule špinavého ledu	9
4.5.3. Klasický model	10
4.5.4. Model jádra rotujícího podle osy pevně orientované v prostoru	10
4.5.5. Model s jádrem rotujícím kolem osy s lineární precesí.....	11
4.5.6. Asymetrický model.....	11
4.5.7. Rozdělení komet	11
4.6. Gravitačně asistované trajektorie	12
5. Astronomické modelování rozsáhlých n-tělesových systémů	13
5.1. Úvod do problematiky	13
5.2. Implementace hierarchického stromového algoritmu Barnese-Huta (BH).....	14
5.2.1. Podstata algoritmu	14
5.2.2. Oprava na geometrický střed	17
5.2.3. Seskupování.....	17
5.3. Paralelizace	18
5.3.1. Popis hardwaru a softwaru	19
5.3.2. Možné nasazení distribuovaných výpočtů.....	19
5.4. Počítačová implementace paralelní verze Barnesova-Hutova algoritmu.....	20
5.4.1. Dekompozice prostoru mezi procesory	20
6. Počítačové simulace vývoje galaxií.....	22
6.1. Rozdělení galaxií	22
6.1.1. Spirální galaxie	22
6.1.2. Eliptické galaxie	22
6.1.3. Nepravidelné galaxie	22
6.2. Složkový model galaxií – počáteční podmínky	22
6.2.1. Modely s diskem.....	23
6.2.2. Modely s výdutí	25

6.2.3. Modely s halem	25
6.2.4. Modely s temným halem	25
6.3. <i>Volba jednotek</i>	26
6.4. <i>Provedené simulace</i>	26
6.4.1. Simulace se vznikem silné příčky	27
6.4.2. Simulace s horkým diskem	28
6.4.3. Simulace s temným halem	29
7. Počítačové simulace kolize galaxií.....	31
7.1. <i>Model přímého setkání</i>	31
7.2. <i>Model kepleriánského setkání</i>	32
7.3. <i>Provedené simulace</i>	32
8. Závěr	35
Bibliografie	36
 Příloha A: Snímky z vybraných simulací	
 Příloha B: Animace ze simulací sluneční soustavy a galaxií (CD ROM)	

1. Úvod

1.1. Motivace

Dostupnost širokého rozsahu informací z oblasti astronomie umožňuje ověřovat výsledky astronomických simulací. Technologie osobních počítačů je dnes na takové úrovni, že po jejich propojení rychlou počítačovou sítí lze na nich provádět astronomické simulace do té doby proveditelné ve srovnatelném čase výhradně na superpočítači. Rozvoj v oblasti trojrozměrné vizualizace pak pomáhá při rozboru těchto simulací a umožňuje v přijatelné formě představovat jejich výsledky veřejnosti.

1.2. Cíle

Cílem této práce je nalézt možnosti využití osobních počítačů pro modelování pohybu astronomických objektů a vytvořit přehled vybraných pohybů astronomických těles. Dále pak vytvořit počítačové simulace pohybů astronomických objektů. Především pak n -tělesovou simulaci sluneční soustavy doplněnou o negravitační pohyb komet a rozsáhlou n -tělesovou simulaci pro modelování galaxií.

1.3. Literatura a zdroje informací

Východiskem pro započetí činnosti na této práci bylo získání přehledu v oblasti, kterou se bude zabývat. Informace jsem získal především z elektronických služeb, které jsou přístupné přes síť internet. Ke každé z těchto služeb je dostupné fulltextové vyhledávání. Základní orientace jsem nabyl z výsledků prohledání www stránek a prohledání diskusních skupin. Posléze jsem využil vyhledávání ve vybraných Elektronických informačních zdrojích (EIZ)¹. Vzhledem k velkému objemu informací z oblasti počítačového modelování pohybu astronomických objektů bylo nutné, abych prostudoval celou řadu odborných článků. Většinu plných textů článků citovaných v této práci i mnoha dalších jsem nakonec získal pomocí služby NASA Astrophysics Data System ADS, konkrétně na adrese http://adsabs.harvard.edu/abstract_service.html.

Tím jsem získal přehled o tom, co již bylo v tomto směru provedeno, jakým způsobem, jaké byly výsledky a jaké výhody a nevýhody dané postupy měly. Na základě tohoto balíku informací jsem pak mohl začít plánovat, jakým směrem se vydá tato práce.

Abych mohl experimentovat s chováním těles sluneční soustavy, musel jsem získávat informace především o efemeridách těchto těles. Po nějakou dobu jsem využíval pouze údaje jednotlivě získávané interaktivním přístupem k počítači se systémem Horizon² v NASA/JPL Solar System Dynamics SSD³. Získávání údajů tímto způsobem a jejich ruční vkládání do simulačního programu však bylo velice únavné a nepraktické.

¹ Konkrétně služby ScienceDirect a ProQuest. Jejich přehled na <http://knihovna.zcu.cz/database.htm> (27. února 2004).

² J. D. Giorgini a kol., 1996, „JPL's On-Line Solar System Data Service”, Bulletin of the American Astronomical Society, 28(3), 1158.

³ <telnet://ssd.jpl.nasa.gov:6775>

Informace o trajektorii planet, měsíců, komet, planetek a vesmírných sond jsou přitom standardně ukládány odděleně od vědeckých informací do tzv. souborů SPK. Uloženy jsou ve formě koeficientů Čebyševova polynomu. Systém Horizon umožňuje generovat soubory SPK pro více než 170 000 těles sluneční soustavy, přičemž jejich počet neustále narůstá.

Specializované oddělení NASA/JPL Navigation and Ancillary Information Facility NAIF současně vytváří balík funkcí SPICE⁴, které mj. umožňují velice snadno načítat data z SPK souborů a které byly využity v podstatě při všech planetárních misích. Funkce tohoto balíku jsem se proto rozhodl používat i já pro získávání počátečních efemerid.

K modelům negravitačního působení u komet mne přivedly práce polských vědců G. Sitarskiho, M. Królikowské a S. Szutowiczové. Z jejich prací jsem také získal údaje o hodnotách negravitačních parametrů některých komet pro jednotlivé modely. Jejich práce také uvádí zatím nejpokročilejší model pro výpočet negravitačního působení u komet – model s diskrétními zdroji odpařování.

Pro výpočet gravitační interakce v systémech s velkým počtem těles se pro mě jako zásadní práce ukázal být článek „A Hierarchical O (N log N) Force-Calculation Algorithm“ J. Barnese a P. Huta. Na základě jejich algoritmu pracuje převážná většina simulací studujících vývoj a kolize galaxií a tvoření shluků galaxií v rozpínajícím se vesmíru, tzv. velkorozměrových struktur. Tuto metodu jsem s několika úpravami použil také ve svém simulačním programu.

V oblasti vývoje a kolize galaxií jsem vycházel z článků J. Barnese, L. Hernquista, dále pak J. Mihose, J. Dubinkiho, M. Weilové a S. Lambové.

Simulační programy byly napsány s využitím překladače Microsoft Visual C++ 6.0 Introductory Edition, paralelní simulační software také s překladači Microsoft C++ .NET, Borland C++ 5.5 a Intel C++ 7.1. Překladače jazyka C++ generují při překladu nejrychlejší možný spustitelný kód, pokud je program správně napsán. Navíc výpočetní části programu, které jsou nezávislé na uživatelském rozhraní, lze prakticky ihned přenést na jiné platformy než Windows/Intel.

Z důvodu větší přehlednosti uvádím v textu této práce u odkazů k citacím jméno autora a letoopočet vydání, což umožňuje ihned jasně poznat na koho se odkazují, bez nutnosti nahlížet na konec práce.

⁴ Spacecraft, Planet, Instrument, C-matrix, Events; <http://pds.jpl.nasa.gov/naif.html> (27. února 2004)

2. Pohyb těles

2.1. Fyzikální zákony a modely

Pohyb objektů, stejně jako všech ostatních dějů v přírodě, se snaží fyzika popsat pomocí *modelů*. Poznání přírodních jevů je však pro člověka omezené. Tím je také způsob, jakým jsou objevované fyzikální zákony popsány, nedokonalý a neúplný. Proto je zaveden model, který nahrazuje reálné chování objektů za takové, jenž je fyzika schopna vyjádřit pomocí svých prostředků.

Model je tedy vždy zjednodušeným obrazem skutečnosti. Obvykle je však prováděno další zjednodušení, když nejsou do našeho modelu započítávány jevy, které fyzika sice zná, ale my se domníváme, že pro náš konkrétní účel nejsou příliš podstatné a proto jsou tyto jevy zanedbány.

2.2. Simulace a modelování

Při studiu pohybu objektů nás zajímá, jak se bude daný dynamický systém chovat, jak se bude vyvíjet v čase. K tomuto účelu slouží *simulace*, což je matematický model dynamického systému běžící uvnitř počítače. Překvapivé přitom je, že se pohyb hmoty ve vesmíru většinou řídí podle zcela jednoduchých fyzikálních zákonů.

Počítačové simulace jsou důležité z mnoha důvodů. Vývoj ve skutečných systémech, které astronomie zkoumá, probíhá z hlediska délky lidského života obvykle příliš dlouho na to, abychom v nich mohli přímo pozorovat patrné změny. Někdy jsou důvody čistě praktické, jako když se ptáme, zda například nově objevená planetka narazí do naší domovské planety, nebo zda zůstaneme srážky ušetřeni. Zajímavé je, že v některých případech lze tímto způsobem určit ze znalosti současného stavu systému nejen stavy budoucí, ale také stavy minulé.

2.3. Analytické modely

V zásadě je možné vydat se dvěma směry. Analytické řešení lze použít v případě, kdy jsou pohybové rovnice obecně řešitelné. Vždy je možné přesně určit polohu a rychlost tělesa libovolně daleko do budoucnosti i minulosti na základě parametrů pro toto těleso. Možným příkladem je např. *problém dvou těles*.

Výhoda této metody spočívá především v tom, že jakmile je analytické řešení jednou nalezeno, lze požadované polohy a rychlosti objektů získat snadno a rychle. Astronomické programy určené pro veřejnost proto používají především analytické modely. Tyto modely bývají přesné, ale obvykle jen v určitém časovém období.

2.4. Numerické modely

V některých případech nelze analytické řešení použít. Proto je nutno se uchýlit k řešení numerickému. Typickým případem je *problém n -těles*. Při počítačovém modelování pohybů astronomických objektů se používají zejména modely numerické. Chybami numerických řešení na počítači se tato práce nezabývá. Jejich analýza je provedena v literatuře.

3. Modely sluneční soustavy

3.1. Keplerův model

Existuje celá řada více či méně správných modelů sluneční soustavy popsanych během historie. Johannes Kepler, který ještě neznal všeobecný gravitační zákon formulovaný Isaacem Newtonem, zjistil, že se planety pohybují kolem Slunce po elipsách málo odlišných od kružnic, v jejichž společném ohnisku je Slunce. Toto obecně platí pro trajektorii jakéhokoliv pozorovaného tělesa, které se pohybuje v gravitačním poli centrálního tělesa s hmotností mnohonásobně větší, než jakou má těleso pozorované.

Teoretická mechanika potom ukazuje, že těmito trajektoriemi nemusí být pouze elipsa, ale také kterákoliv jiná kuželosečka. Avšak ani Keplerův model doplněný o možnost pohybu po jakékoliv z kuželoseček není dostačující. Keplerův problém je totiž problémem dvou těles. Pokud chceme použít lepší model planetárního systému, je nutno uvažovat též přítomnost dalších těles, která se v takové soustavě vyskytují.

3.2. Problém n -těles

Tato úloha je formulována takto: „Problémem n -těles nazýváme úlohu nalézt pohyb soustavy n hmotných bodů, které na sebe působí podle Newtonova zákona⁵“. Podrobněji se numerickým řešením tohoto problému na počítači zabývají kapitoly 4 a 5.

3.3. Pokročilé modely

Přestože jsou pro většinu simulací předešlé modely dostačující, pomíjejí některé známé fyzikální jevy, které ovlivňují pohyb těles v těchto systémech.

Tělesa ve sluneční soustavě si nelze vždy představovat jako hmotné body, což se uplatňuje např. při působení Země či Měsíce na jejich umělé družice a libracích Měsíce. S nebodovým tvarem těles také souvisí slapové působení, kdy v souladu se zákonem zachování momentu hybnosti dochází ke zpomalování rotace Země a vzdalování Měsíce.

Další silové působení v reálných systémech je způsobeno negravitačním působením, jako je tlak slunečního větru nebo výrony plynů u komet.

3.4. Stávající počítačové modely

3.4.1. Málo přesné vzorce pro určení poloh planet

Převážná většina astronomických programů určených pro veřejnost používá pro určování poloh jednotlivých těles jedno ze dvou analytických řešení. První metoda je popsána Flandernem⁶. Pozice těles sluneční soustavy jsou zde určovány z množiny dráhových elementů, které

⁵ P. Andrlé, 1971, „*Základy nebeské mechaniky*“, ČSAV.

⁶ T. C. van Flandern, K. F. Pulkkinen, 1979, „*Low precision formulae for planetary positions*“, *Astrophys. J. Supp.*, vol. 41, p. 391.

vycházejí z matematického popisu kuželosečky. Pro jednotlivá tělesa je nutno znát dráhové elementy platné pro dané období. Rozšíření spočívá v započítání gravitačního působení velkých planet.

3.4.2. Metoda VSOP

Metoda VSOP⁷ rovněž využívá analytického řešení pohybu planet. Rozšíření opět spočívá v započítání gravitačního působení velkých planet. Základní nevýhodou tohoto řešení je dostupnost údajů o poloze a rychlosti (efemeridách) pouze pro osm planet sluneční soustavy, Slunce a barycentrum Země–Měsíc. Podle autorů (Bretagnon, Francou, 1988) se jedná o nejpřesnější analytické řešení pohybu planet.

3.4.3. Metoda JPL DE

Při výzkumu sluneční soustavy (např. pro potřeby výprav mimo Zemi) jsou nezbytné velice přesné údaje o poloze a rychlostech astronomických těles. Ty jsou důležité nejen při plánování takových misí, ale také v jejich průběhu. JPL proto vyvíjí vlastní numerickou simulaci, v současné verzi označovanou jako DE410⁸. Jejím úkolem je určit *vývoj efemerid* těles sluneční soustavy, tedy Slunce, planet, měsíců, planetek, komet a umělých objektů.

Základem je n -tělesová simulace, která spočívá v numerické integraci pohybových rovnic, kde jsou jednotlivá tělesa modelována jako hmotné body. Navíc zahrnuje efekty vzniklé uvážením tvaru Země a Měsíce, pozemské slapové působení a měsíční librace. Dráhy některých těles jsou modelovány analyticky.

⁷ fran. Variations Séculaires des Orbites Planétaires; P. Bretagnon, G. Francou, 1988, „*Planetary theories in rectangular and spherical variables. VSOP 87 solutions*“, Astron. Astrophys., vol. **202**, p. 309.

⁸ angl. Development Ephemeris nebo také JPL Planetary and Lunar Ephemerides (DE/LE); E. M. Standish, 2003, „*JPL Planetary Ephemeris DE410*“, Jet Propulsion Laboratory IOM No. 312.N-03-009.

4. Počítačová simulace sluneční soustavy

4.1. n -tělesová simulace

Problém n -těles⁹ spočívá v určování vývoje dynamického systému. Ten je reprezentován částicemi (hmotnými body), které jsou pod určitým vzájemným silovým působením. Dané působení je popsáno fyzikálními zákony. Tento problém se řeší v různých oblastech fyziky jako jsou astronomie, molekulární dynamika, dynamika tekutin, fyzika vysokých energií atd. Při výpočtu vzájemného působení atomů v molekule použijeme Coulombova zákona, pro výpočet vzájemného působení hvězd ve stelárním systému Newtonovy zákony. Jinou oblastí aplikace n -tělesové simulace je počítačová grafika, kde problémem spočívá ve vypočtu osvětlení scény metodou radiozity.

Obecně je n -tělesový problém určen takto. Jsou dány počáteční podmínky, tedy počáteční pozice a počáteční rychlosti všech objektů v systému. Úkolem je provést vyhodnocení interakcí mezi všemi těmito objekty, což by mělo vést k získání nových pozic a rychlostí. Tento proces se neustále opakuje, čímž jsou získávány informace o dynamice tohoto systému, tedy jeho vývoji.

4.2. Astronomické n -tělesové simulace

Mějme tedy množinu n -těles s pozicemi $\vec{r}_i(t_0)$, rychlostmi $\vec{v}_i(t_0)$ a hmotnostmi m_i , kde $i = 1, 2, \dots, n$. Pohybové rovnice pro i -té těleso jsou:

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = d\vec{v}_i \quad (4.1)$$

$$m_i \cdot \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \vec{F}_{ij} \quad (4.2)$$

kde $j = 1, 2, \dots, n$. Změna rychlosti (zrychlení) i -tého tělesa je dána silovým působením všech ostatních částic podle 2. Newtonova zákona. V astronomii je touto silou gravitace. Pro astronomické simulace je tedy pravá strana rovnice (4.2) dána všeobecným gravitačním zákonem:

$$\vec{F}_{ij} = G \cdot \frac{m_i \cdot m_j}{r_{ij}^3} \cdot \vec{r}_{ij}, \text{ kde } G \text{ je gravitační konstanta, } \vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i \text{ a } r_{ij} = |\vec{r}_j - \vec{r}_i|.$$

Pohybová rovnice (4.2) se pak zjednodušuje na tvar, kde zrychlení nezávisí na hmotnosti vyšetřovaného tělesa

$$m_i \cdot \frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2} = G \cdot m_i \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{m_j}{r_{ij}^3} \cdot \vec{r}_{ij}. \quad (4.3)$$

⁹ n -tělesová simulace, částicová simulace

Ze znalosti zrychlení je pak vypočtena nová pozice a rychlost i -tého tělesa.

Systémem n částic pak v astronomii může být planetární systém, hvězdná soustava, uskupení galaxií nebo vesmír sám. n -tělesová simulace pak umožňuje sledovat vývojové fáze těchto systémů. Konkrétní systém je přitom určen svými počátečními podmínkami a pro každý určitý systém je obvykle vhodná také jiná metoda numerického výpočtu. Simulace planetárních systémů a kulových hvězdokup obvykle vyžadují velkou přesnost (metoda přímé sumace¹⁰), zatímco systémy hvězd či velkorozměrové struktury jsou modelovány, zejména pro velmi velké množství objektů v nich obsažených, pomocí různých urychlujících metod (hierarchické stromové metody, metody uzlových bodů, viz odst. 5.1).

Dynamický vývoj systému složeného z n hmotných bodů, které na sebe působí pouze vlivem gravitačních sil, je velice zajímavé zkoumat. Je však známo, že již pro tři tělesa nemá analytické řešení uzavřenou formu (tzv. *problém tří těles*)¹¹. Proto zde vyvstává nutnost přistoupit k numerickému řešení problému.

4.3. Implementace n -tělesové simulace

Pro určení silového působení systému složeného z n -těles je třeba provést vyhodnocení $n \cdot (n-1)$ gravitačních interakcí. Je ovšem možné využít 3. Newtonova zákona, který říká, že „každá akce vyvolá stejně velkou reakci opačného směru“. Tím se počet potřebných interakcí redukuje na polovinu, tedy na $\frac{n}{2} \cdot (n-1)$.

Výpočet pomocí přímé sumační metody poskytuje vysokou přesnost za cenu velké časové náročnosti. Simulacím soustav, kde je n velké, se věnuje kapitola 5.

Program pro n -tělesovou simulaci sluneční soustavy, který jsem vytvořil pro tuto práci, provádí nerelelativistický (newtonovský) nebo relativistický (PPN¹²) výpočet zrychlení, které si navzájem udělují tělesa v systému vlivem gravitační interakce.

Výpočet nerelativistického zrychlení i -tého tělesa vlivem gravitačního působení ostatních těles:

$$\vec{a}_i = G \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{m_j}{r_{ij}^3} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i). \quad (4.4)$$

Při malé vzdálenosti těles i a j se simulace chová nerealisticky. Je to způsobeno nepřímou úměrností gravitační síly na druhé mocnině vzdálenosti dvou interagujících těles. Pokud se jejich vzdálenost blíží k nule, roste gravitace nade všechny meze. Proto se zde přidává malá konstanta, tzv. zjemňovací vzdálenost ε . Musí pro ní platit, že nesmí být příliš malá na to, aby se dvě tělesa při svém přiblížení anomálně urychlila. Nesmí být ani příliš velká, aby se simulace chovala realisticky. Pokud ve jmenovateli rovnice (4.4) zaměníme r_{ij} za $r_{ij} + \varepsilon$, dostáváme při zjemněné gravitaci pro zrychlení:

$$\vec{a}_i = G \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{m_j}{(r_{ij} + \varepsilon)^3} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i). \quad (4.5)$$

¹⁰ metoda hrubé síly, angl. particle-particle

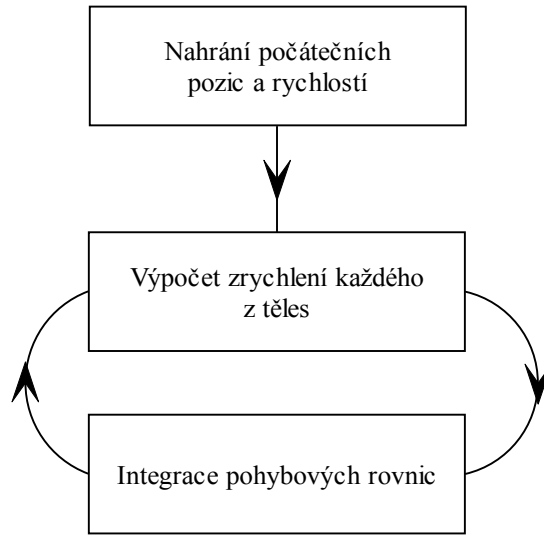
¹¹ řešitelné jsou pouze speciální případy problému tří těles

¹² angl. parametrized post-Newtonian formalism

Pro relativistické zrychlení i -tého tělesa platí (Newhall a kol., 1983):

$$\vec{a}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_j \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{r_{ij}^3} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[1 - \frac{2 \cdot (\beta + \gamma)}{c^2} \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{\mu_k}{r_{ik}} - \frac{2 \cdot \beta - 1}{c^2} \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \frac{\mu_k}{r_{jk}} + \gamma \cdot \left(\frac{v_i}{c} \right)^2 + (1 + \gamma) \cdot \left(\frac{v_j}{c} \right)^2 \right] \\ & - \frac{2 \cdot (1 + \gamma)}{c^2} \cdot \vec{v}_i \cdot \vec{v}_j - \frac{3}{2 \cdot c^2} \cdot \left[\frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \cdot \vec{v}_j}{r_{ij}} \right] + \frac{1}{2 \cdot c^2} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i) \cdot \vec{a}_j \end{aligned} \right\} \\ + \frac{1}{c^2} \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_j}{r_{ij}^3} \cdot \{ [\vec{r}_i - \vec{r}_j] \cdot [(2 + 2 \cdot \gamma) \cdot \vec{v}_i - (1 + 2 \cdot \gamma) \cdot \vec{v}_j] \} \cdot (\vec{v}_i - \vec{v}_j) + \frac{3 + 4 \cdot \gamma}{2 \cdot c^2} \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_j \cdot \vec{a}_j}{r_{ij}} \quad (4.6)$$

Zde $\mu_j = G \cdot m_j$, $\vec{a}_j$ je zrychlení j -tého tělesa vlivem newtonovské gravitace a c je rychlost světla ve vakuu. PPN parametry β a γ jsou voleny $\beta = \gamma = 1$. Jejich význam je uveden v článku¹³.



Obrázek 1. Algoritmus průběhu simulace pro určení vývoje systému n těles.

Diferenciální rovnice jsou v programu numericky integrovány Runge-Kuttovou metodou nebo Eulerovou metodou. Časový krok musí mít z praktických důvodů vhodnou délku, která nesmí být ani příliš malá ani příliš velká.

4.4. Volba počátečních podmínek

Simulační program sluneční soustavy potřebuje znát počáteční pozice a rychlosti těles, která jsou v systému. Jednou z možností je zadat tyto parametry ručně. To je užitečné především pro experimentování s orbitální mechanikou. Aby ale byla simulace věrná, je třeba získávat pro ostatní tělesa sluneční soustavy skutečné hodnoty těchto parametrů.

Pro získání počátečních efemerid jsem nejprve zvažoval použití analytických metod popsaných v odstavcích 3.4.1 a 3.4.2. Nevýhody a omezení, které tyto metody kladly, se mi však

¹³ C. M. Will, K. Nordtvedt, 1972, „Conservation laws and preferred frames in relativistic gravity”, *Astrophys. J.*, vol. 177, p. 757.

jevily jako příliš svazující. Velice zajímavé by bylo využívat přímo data, se kterými počítá JPL DE. To by znamenalo možnost používat poslední informace o všech známých tělesech sluneční soustavy. Přístup k nim je možný přes Horizon nebo NAIF SPICE toolkit. Nakonec se mi tedy jako nejmocnější nástroj pro získání počátečních podmínek osvědčilo využití balíku funkcí NAIF SPICE, který je určen právě pro podobné účely.

4.5. Negravitační působení u komet¹⁴

4.5.1. Rozpoznání anomálního pohybu komet

Od pradávna se předpokládalo, že se komety nepohybují po pravidelných drahách. Edmund Halley jako první použil gravitační zákon a infinitezimální počet k řešení astronomické záhady pohybu komet. Propočítal¹⁵, jak se pozorované komety asi pohybují, když nejsou vidět. Všiml si, že parametry komet pozorovaných v různých letech vykazují řadu zarážejících podobností. Spočítal oběžné dráhy několika z nich a dospěl ke správnému závěru, že se v některých případech jedná o tutéž kometu. U jedné z nich provedl předpověď jejího návratu ke Slunci na základě matematického výpočtu. Tato předpověď se vyplnila a kometa byla na jeho počest pojmenována Halleyovou kometou.

Když později Johann Encke prováděl výpočty dráhy komety Méchain-Herschel-Pons¹⁶, zjistil, že se její pohyb plně neřídí gravitačním zákonem. Encke se domníval, že negravitační poruchy jsou způsobeny odporem meziplanetárního prostředí. Pokud dnes víme, je klíčem k určení negravitačního pohybu komet znalost jejich chemického složení.

4.5.2. Model jádra komety coby koule špinavého ledu

Negravitační pohyb vysvětluje Fred Whipple¹⁷ modelem, kde si jádro komety představuje jako slepenec různých ledů se zrny minerálů a jiných látek. Změny v pohybu komety jsou pak způsobeny nerovnoměrným uvolňováním prchavých vrstev z komety v různých vzdálenostech od Slunce. Dodnes však nejsou k dispozici dostatečně přesné modely, popisující tyto obtížně předvídatelné změny v pohybu komet. Chování těchto těles je stále „nevypočitatelné“.

Komety se pohybují kolem Slunce především za drahami velkých planet. Ve vzdálenosti asi (50 ÷ 500) AU se nachází prstencová oblast zvaná Kuiperův pás. Za ním se nachází sférická oblast sahající až do vzdálenosti 50 000 AU od Slunce, tzv. Ōpik–Oortův oblak. Vlivem gravitačního potenciálu jádra Galaxie, případně sousedních hvězd nebo hmotných mezihvězdných mračen, jsou jádra navedena dovnitř sluneční soustavy. Při určitém přiblížení ke Slunci se pak v závislosti na jejich konkrétním složení začnou odpařovat zmrzlé plyny. Spolu s nimi jsou odnášena i zrnka prachu a u jádra se objevuje tzv. koma. Menší částice jsou odfoukávány od Slunce tlakem slunečního větru mimo sluneční soustavu, větší částice zaujmou vlastní oběžnou dráhu kolem Slunce.

Velikost negravitačních sil závisí především na vzdálenosti komety od Slunce. Čím je kometa blíže ke Slunci, je více zahřívána. Látky mění své skupenství a podle konkrétního složení ko-

¹⁴ Termín negravitační síla zde vyjadřuje reaktivní chování komety vlivem uvolňování materiálu z jejího jádra podle 3. Newtonova zákona.

¹⁵ bez možnosti použít moderní počítač

¹⁶ dnes Enckeova kometa

¹⁷ F. L. Whipple, 1950, „*A Comet Model. I. The Acceleration of Comet Encke*“, *Astrophys. J.*, vol. **111**, p. 375.

mety se uvolňují. Rozložení těchto látek není rovnoměrné a proto existují místa, z kterých se materiál uvolňuje více. Reakce na exploze, podobné výbuchům sopek, pak způsobují negravitační působení na pohyb komety. Jádru komety navíc není vlivem sklonu rovníku k rovině oběžné dráhy zahříváno rovnoměrně. K tomu vykonávají komety precesní pohyb, který je dále měněn negravitačním působením. Není proto jednoduché sestavit přesné modely pohybu komety.

4.5.3. Klasický model

Z důvodů omezení znalosti rozložení materiálu v kometě a omezení ve znalosti dalších fyzikálních dat komet je nutno vyjít z jednoduchých modelů. Marsdenův model z druhé práce¹⁸ předpokládá spojitě rozložení jinak zcela jistě diskrétních výbuchů a jejich zdrojů na povrchu komety na celou oběžnou dráhu kolem Slunce.

Celkové zrychlení udělované kometě uvolňováním materiálu z jejího jádra pak lze zapsat:

$$\vec{a}_{jet} = (A_1 \cdot \vec{e}_1 + A_2 \cdot \vec{e}_2 + A_3 \cdot \vec{e}_3) \cdot g(r), \quad (4.7)$$

kde A_i jsou konstantní negravitační parametry. Negravitační parametry určují zrychlení komety v radiálním, příčném a kolmém směru. Vektor $\vec{e}_1$ míří radiálně od Slunce, $\vec{e}_2$ leží v rovině oběžné dráhy ve směru pohybu komety a je současně kolmý na $\vec{e}_1$ a vektor $\vec{e}_3$ je kolmý na tyto dva vektory ve smyslu vektorového součinu $\vec{e}_3 = \vec{e}_1 \times \vec{e}_2$. Negravitační parametry jsou určeny přizpůsobením drahám jednotlivých komet. Kladné hodnoty znamenají zpomalení pohybu komety v daném směru. Radiální složka je vždy kladná. Neradiální složky působení negravitační síly jsou způsobeny rotací kometárního jádra. Tento model předpokládá kulové, rychle rotující jádro.

Závislost negravitačního zrychlení na vzdálenosti r od Slunce je odvozena z vypařovací křivky vodního ledu (Delsemme, Miller, 1971):

$$g(r) = \alpha \cdot \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-m} \cdot \left[1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^n \right]^{-l}. \quad (4.8)$$

Funkce byla vyvozena na základě modelu jádra komety skládajícího se převážně z ledu (Whipple, 1950) a udává rychlost sublimace ledu. Konstanty jsou $\alpha = 0,111262$, $m = 2,15$, $n = 5,093$, $l = 4,6142$ a $r_0 = 2,808$ AU.

4.5.4. Model jádra rotujícího podle osy pevně orientované v prostoru

Grzegorz Sitarski (1990) rozšířil Marsdenův postup pro určení působení negravitačních sil na jádro komety. „Konstantní“ negravitační parametry uvažuje jako proměnné v čase:

$$A_i(t) = A \cdot C_i(t), \quad (4.9)$$

kde nahrazuje $A_i = \text{konst.}$ více realistickým $A = \text{konst.}$ Směrové kosiny $C_i(t)$ odvodil Zdeněk Sekanina (1981):

¹⁸ B. G. Marsden, Z. Sekanina, D. K. Yeomans, 1973, „Comets and non-gravitational forces“, Astronom. J., vol. 78, p. 211.

$$\begin{aligned}
C_1 &= \cos \eta + (1 - \cos \eta) \cdot \sin^2 I \cdot \sin^2 \lambda \\
C_2 &= \sin \eta \cdot \cos I + (1 - \cos \eta) \cdot \sin^2 I \cdot \sin \lambda \cdot \cos \lambda \\
C_3 &= -[\sin \eta \cdot \cos \lambda - (1 - \cos \eta) \cdot \cos I \cdot \sin \lambda] \cdot \sin I
\end{aligned} \quad (4.10)$$

Jsou závislé na posunutí směru odpařování z povrchu jádra vůči směru ke Slunci η v důsledku časového zpoždění ve vedení tepla. Proces odpařování jádra má jistou setrvačnost, protože chvíli trvá, než se povrch jádra komety zahřeje. Mezi úhlové parametry rotujícího jádra dále patří sklon roviny pohybu komety vzhledem k jejímu rovníku I a kometocentrická délka Slunce λ . Ta se určí jako $\lambda(t) = \nu(t) + \phi$, kde ν je pravá anomálie komety vzhledem ke Slunci a ϕ je kometocentrická délka Slunce v přísluní.

4.5.5. Model s jádrem rotujícím kolem osy s lineární precesí

Další rozšíření modelu spočívá v uvážení rovnoměrné precese rotační osy komety (Sitarski, 1990). Matematický popis pak přechází na

$$A_i(t) = A \cdot C_i(\eta, I(t), \lambda(t)) \quad (4.11)$$

a kometocentrická délka Slunce na $\lambda(t) = \nu(t) + \phi(t)$.

Pravá anomálie se mění v důsledku pohybu komety kolem Slunce. Sklon roviny oběhu k rovníku I a kometocentrická délka Slunce v perihéliu ϕ se mění vlivem precesního pohybu osy rotace komety.

4.5.6. Asymetrický model

Bylo pozorováno, že u některých komet dochází k největším výronům plynů chvíli před nebo po prolétnutí komety přísluním. Modely lze tedy dále upravit, pokud vezmeme v úvahu, že maximální aktivita komety není symetrická vzhledem k přísluní. Ve funkci odpařovací křivky (4.8) bude $g(r)$ nahrazeno $g(r')$, kde $r'(t) = r(t - \tau)$. Posuv perihélia τ udává posunutí maximální aktivity komety vzhledem k perihéliu¹⁹.

Všechny uvedené modely jsem implementoval v počítačové simulaci. Negravitační zrychlení se přidává ke zrychlení, které je způsobeno gravitačním působením v rámci n -tělesové simulace.

4.5.7. Rozdělení komet

Na základě oběžné doby T lze komety pohybující se ve vnitřní části sluneční soustavy rozdělit na dlouhoperiodické, s periodou větší než 200 let a krátkoperiodické, s periodou menší než 200 let. Krátkoperiodické dále dělíme na komety Halleyova typu s $T \in (20; 200)$ let a Jupiterovu rodinu komet s $T < 20$ let. Část komet je gravitačním prakem (viz kapitola 4.6) velkých planet urychlena tak, že navždy opustí naši sluneční soustavu.

Krátkoperiodické komety mají uzel své dráhy nebo odsluní poblíž Jupitera. Některé krátkoperiodické komety byly původně dlouhoperiodickými, ale v určitý okamžik se dostaly do silného gravitačního pole některé velké planety, např. Jupitera, která jejich trajektorii změnila. Velké planety dráhy těchto komet i nadále silně ovlivňují. Například kometa 45P/Honda-

¹⁹ D. K. Yeomans, P. W. Chodas, 1989, „An Asymmetric Outgassing Model for Cometary Nongravitational Accelerations”, *Astron. J.*, vol. **98**, p. 1083.

Mrkos-Pajdušáková se v březnu 1983 přiblížila k Jupiteru na 0,111 AU, což vedlo ke změně její dráhy.

Některé pozorované komety měly hyperbolickou dráhu, což by mohlo naznačovat jejich mezihvězdný původ²⁰. Při výpočtu pohybu těchto komet zpět v čase se však zatím vždy ukázalo, že jejich trajektorie byly ovlivněny gravitačními poruchami velkých planet.

4.6. Gravitačně asistované trajektorie²¹

Jedná se o trajektorie využívající tzv. gravitační kulečník. Tento mechanismus se uplatňuje v soustavě tří těles, kdy jedno těleso získá pohybovou energii na úkor ztráty pohybové energie druhého tělesa. Prakticky se tento jev uplatňuje ve sluneční soustavě, kde je téměř veškerý moment hybnosti soustředěn v orbitálním pohybu planet. Ten může být využit na změnu rychlosti ostatních těles buď přirozeným způsobem (např. u Jupiterovy rodiny komet), nebo záměrně (v případě meziplanetárních sond).

V soustavě dvou těles se tento efekt neuplatňuje. Jedno z těles zde nezíská kinetickou energii na úkor tělesa druhého. Rychlost každého tělesa v určité vzdálenosti od jejich společného hmotného středu je po prolétnutí místem nejmenší vzájemné vzdálenosti stejná, jako byla rychlost před prolétnutím v této vzdálenosti.

Klasickým případem aplikace metody gravitačního praku je pohyb meziplanetární výzkumné sondy vypravené ze Země k velkým planetám za Jupiterem. Tři tělesa v soustavě tvoří Slunce, Jupiter a sonda. Nejprve jsou sonda a Jupiter vzájemně velice slabě gravitačně přitahováni v porovnání s gravitační silou, se kterou je každé z těchto těles vázáno ke Slunci. Dráhy jsou propočteny tak, aby sonda ve svém odsluní zastihla Jupiter²². Ve chvíli, kdy málo hmotná sonda na své eliptické dráze prolétne odsluním, je urychlena silnějším gravitačním polem mnohem hmotnějšího Jupitera, který je vzhledem k vzájemným pozicím při tomto setkání zpomalen.

Rychlost vůči Slunci, se kterou sonda opouští Jupiter, je větší, než jakou měla před tím, než se k němu přiblížila. Naopak Jupiter ztratil na pohybové energii, což vede ke zmenšení jeho střední vzdálenosti od Slunce.

Mechanismus gravitačního praku byl úspěšně využit k urychlení sond Pioneer 10 a 11, Voyager 1 a 2, Galileo a Cassini.

²⁰ např. Bowellova kometa (C/1980 E1)

²¹ jinak také gravitační prak

²² Pokud by tam tato planeta nebyla, začala by sonda zrychlovat zpět ke svému přísluní ve vzdálenosti oběžné dráhy Země kolem Slunce, odkud byla vypuštěna.

5. Astronomické modelování rozsáhlých n -tělesových systémů

5.1. Úvod do problematiky

Jak se vytvořily galaxie? Čím je způsobena jejich rozdílná morfologie? Jak se vytvořily galaxie spirální a jak eliptické? Tyto otázky zatím patří mezi nejdůležitější nevyřešené otázky astronomie. n -tělesové simulace jsou také důležitým nástrojem teoretické kosmologie. Tyto simulace jsou zde potřebné pro studium velkorozměrových struktur vesmíru, jako jsou shluky galaxií.

Časová náročnost výpočtu interakcí v rozsáhlém dynamickém systému, kde všechna tělesa působí na všechna ostatní, zůstávala dlouhou dobu nepřekonatelná. Problémem byla potřeba vyřešit velmi velký počet diferenciálních rovnic, které tyto interakce popisují.

Pro zhodnocení efektivity algoritmů se používá odhad počtu provedených operací v závislosti na počtu prvků. Tento odhad vyjadřuje časovou složitost algoritmu, která se zapisuje ve tvaru $O(f(n))$, kde f je funkce s funkční hodnotou úměrnou maximální době výpočtu a n je v tomto případě počet těles. Dokonce i při využití třetího Newtonova zákona, kdy se počet interakcí potřebných k úplnému vyřešení jediného časového kroku redukuje na polovinu, zůstává celková složitost problému $O(n^2)$. To znamená, že se počet operací zdola blíží hodnotě $c \cdot n^2$, kde c je konstanta. Chceme-li sledovat chování systému během delšího časového období, které již tvoří podstatnou část celkové doby trvání vesmíru, je třeba řešit ohromné množství těchto rovnic.

První pokus provést výpočet silového působení systému s větším počtem částic uskutečnil Erik Holmberg²³. Simulaci setkání hvězdných systémů provedl nahrazením gravitace za světlo. Každý hmotný bod přitom nahradil žárovkou, jejíž záření bylo úměrné hmotnosti tělesa. Celkové záření, představující celkovou gravitační sílu, pak zjišťoval pomocí fotobuňky.

Pokrok nejen v oblasti výkonnosti počítačů, ale také vývoj důmyslných algoritmů umožnil porozumět vývoji takovýchto systémů. Gravitační působení je na rozdíl například od molekulárního skutečně dalekého dosahu. Není proto možné jednoduše zanedbat všechna tělesa za určitou hranicí. Astronomické systémy však mají určité vlastnosti, kterých lze využít při návrhu „urychlujících“ metod výpočtu. Tím se zmenší množina potřebných diferenciálních rovnic, jejichž řešení vede k získání nových pozic a rychlostí objektů v modelovaném systému.

Následují dvě základní urychlující metody používané pro astronomické simulace:

- metody s uzlovými body²⁴ – vhodné především pro homogenní rozložení částic, geometrické omezení

²³ E. Holmberg, 1941, „On the clustering tendencies among the nebulae. II. A study of encounters between laboratory models of stellar systems by a new integration procedure“, *Astrophys. J.*, vol. **94**, p. 385.

²⁴ např. particle-mesh (PM), particle-particle/particle mesh (P³M)

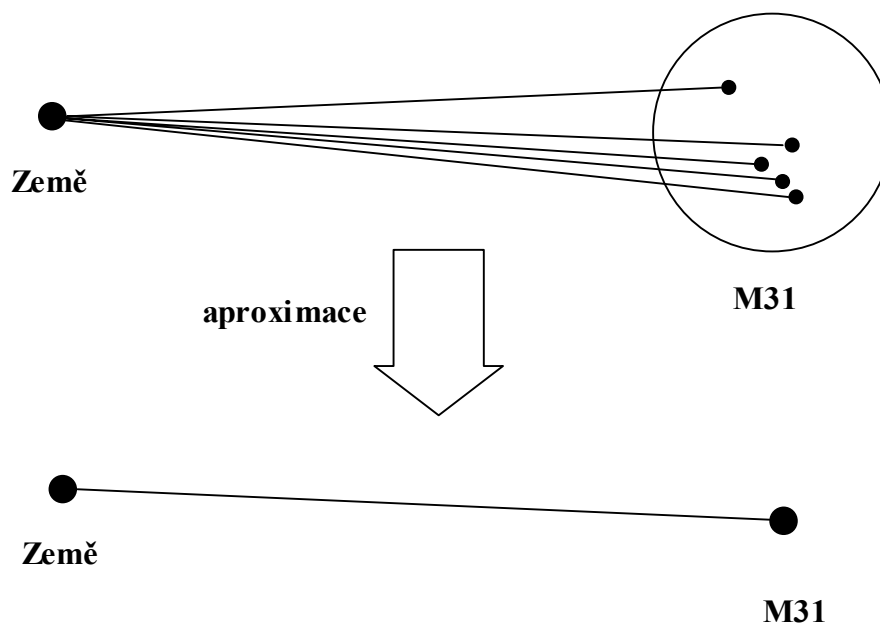
- hierarchické stromové metody – při nehomogenním rozložení částic se přizpůsobí bez ztráty rychlosti, v astronomických simulacích je přitom nehomogenní rozložení časté, nej-používanější je metoda Joshua Barnese a Pieta Huta (1986)

Počet částic v provedených simulacích ($n \sim 10^4 \div 10^5$) však stále představuje pouze zlomek skutečného počtu hvězd v takovém systému ($n \sim 10^{12}$). Jednotlivá tělesa v těchto simulacích tedy nepředstavují jednotlivé hvězdy, ale spíše jejich průměrnou hodnotu pro danou oblast prostoru. Tyto n -tělesové simulace jsou tedy spíše statistického rázu.

5.2. Implementace hierarchického stromového algoritmu Barnese-Huta (BH)

5.2.1. Podstata algoritmu

Při určování gravitačního působení není přijatelné zanedbat všechna tělesa například za určitou vzdáleností. Už Newton ale věděl, že při počítání vzájemného působení Země a jablka může nahradit všechny atomy každého z těchto objektů vždy jedním hmotným bodem v jejich středech. Tuto jednoduchou fyzikální intuici si lze představit též v astronomickém měřítku.



Obrázek 2. Aproximace gravitačního potenciálu vzdálené skupiny těles.

Jak určit gravitační působení galaxie M31 v souhvězdí Andromedy, skládající se řádově z 10^{12} hvězd, na Zemi? Vzhledem k velké vzdálenosti této galaxie od Země ji dokonce i při pohledu na noční oblohu lze pozorovat pouze jako jediný světelný bod. S docela dobrou přesností lze celou galaxii nahradit jediným hmotným bodem, jehož poloha je v těžišti galaxie a hmotnost se rovná hmotnosti celé galaxie.

Podstatou BH algoritmu je tedy aproximace gravitačního potenciálu vzdálené skupiny těles jediným potenciálem.

1. Vystavění stromu, dekompozice prostoru

Základní počítačovou strukturou zastupující fyzické prostorové rozdělení těles systému je strom. Kořen²⁵ stromu obklopuje všechny částice v simulovaném systému. Strom je od kořene budován obvykle rekurzivním²⁶ dělením prostoru na pravoúhlé oblasti. Pro trojrozměrný prostor je každý uzel²⁷ stromu dále rozdělen na osm dceřinných pravoúhlých krychlí (potenciální nové uzly). Stromová struktura se proto označuje jako tzv. osminový strom²⁸. Dělení je provedeno rozdělením každého kartézského směru na polovinu a pokračuje dále, pokud uzel obsahuje ještě alespoň dvě částice.

Strom je tvořený hierarchickým uspořádáním uzlů a listů (kořen je nejvyšším uzlem). List představuje samotný hmotný bod, dospěje se k němu při rozkládání prostoru. Ve stromovém diagramu se nachází na nejnižších úrovních.

Osmínový strom je vhodný především pro astronomické systémy, protože je adaptivní. To znamená, že je přizpůsobivý vzhledem k rozložení těles. v případě rovnoměrného rozdělení je všude stejně hluboký. Naopak například pro Plummerovo rozdělení, kde pravděpodobnost výskytu částic klesá s rostoucí vzdáleností od centra, je hluboký pouze ve středu, zatímco u okrajů je mělký. Struktura stromu se obvykle mění při každém časovém kroku.

2. Výpočet hmotnosti a pozice hmotných středů

Každý uzel obsahuje informace popisující rozložení hmoty těles, které obsahuje. Po vystavění stromu je vypočítána a do každého uzlu uložena informace o hmotnosti a informace o pozici a rychlosti hmotného středu. Pro zvýšení přesnosti simulace by namísto toho mohly být uchovávány kvadrupólové nebo vyšší momenty. Pro uvažované systémy je ale tato chyba zanedbatelná a počítání vyšších než monopolových momentů vede ke zbytečnému zpomalení výpočtu. Výpočet hmotnosti a pozice hmotných středů všech uzlů je proveden jediným průchodem stromu zdola nahoru, tedy od listů ke kořeni.

3. Výpočet zrychlení

Síla působící na každou jednotlivou částici v systému může být určena průchodem stromem od jeho kořene. Vezme se jedna částice a z aktuálního uzlu (poprvé je to kořen) se získá jeho potomek (uzel jedné z osmin prostoru kořene). Pokud je hmotný střed tohoto uzlu dostatečně daleko tak, že lze všechny částice (uzly) spadající do jeho podstromu nahradit tímto uzlem, je vypočtena síla působící na zvolenou částici jako síla mezi touto částicí a uzlem. Toto se provede pro všechny potomky vždy znovu od kořene stromu.

Pokud ovšem tato podmínka splněna není, je vrchol takzvaně „otevřen“, což znamená, že se z aktuálního uzlu (potomka kořene) vezme jeho potomek (pokud označíme kořen za nultou úroveň stromu, bude tento uzel pocházet z druhé úrovně). Opět je prováděna kontrola splnění podmínky. Toto se rekurzivně²⁹ opakuje, dokud není podmínka splněna. v nejhorším případě je také možné, že se algoritmus prokope až k listům stromu (konkrétní částici) a provede se výpočet interakce částice-částice.

²⁵ na rozdíl od toho, co známe z přírody, je kořen umístěn na špičce myšleného stromu

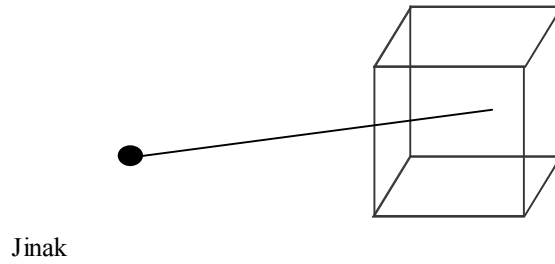
²⁶ s rekurzí je však spojena vedlejší režie, a proto byla v implementaci nahrazena efektivněji lineárním algoritmem

²⁷ někdy označovaný jako vrchol

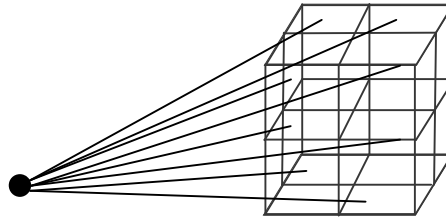
²⁸ angl. oct-tree

²⁹ rekurze byla opět z důvodu rychlosti implementace nahrazena iterací

Pokud je multipólová aproximace přijatelná



Jinak

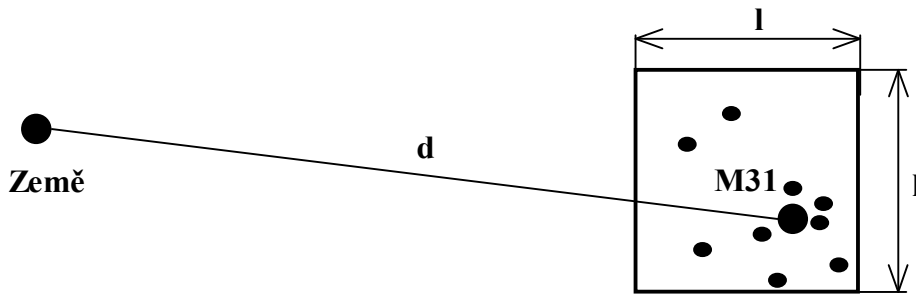


Obrázek 3. Algoritmus přijatelnosti multipólové aproximace.

Kdy je ale uzel „dostatečně daleko“? Kritérium, podle kterého se určuje, zda je uzel dostatečně daleko a není třeba jej otevírat, se označuje jako *kritérium přijatelnosti multipólové aproximace* (MAC³⁰). Barnes a Hut zavedli kritérium založené na tzv. otevíracím úhlu θ :

$$d > \frac{l}{\theta}. \quad (5.1)$$

V tomto zápisu představuje d vzdálenost částice od hmotného středu uzlu, l je délka hrany podprostoru popsaného tímto uzlem. Parametr θ tedy určuje urychlení algoritmu a zároveň jeho chybu. Otevírací úhel je obvykle volen v rozmezí $0,7 \leq \theta \leq 1$ ³¹. Menší hodnoty θ vedou k otevření většího počtu uzlů a větší přesnosti při výpočtu sil.



Obrázek 4. Význam parametrů v Barnesově-Hutově kritériu.

Tento postup vede ke snížení potřebného počtu interakcí a ke snížení celkové výpočetní složitosti problému na $O(n \cdot \log n)$, což je podstatné zlepšení vůči metodě prosté sumace, jejíž složitost je $O(n^2)$.

³⁰ angl. multipole acceptability criterion

³¹ Analýzu algoritmu provedl Hernquist (1987).

5.2.2. Oprava na geometrický střed

John Salmon a Michael Warren (1994) poukázali na vznik velké chyby při multipólové aproximaci, pokud se nejvíce hmoty nachází blízko okraje podprostoru. Proto se do otevíracího kritéria zavádí parametr δ , který udává vzdálenost mezi hmotným středem a geometrickým středem podprostoru. Pozměněné kritérium má pak podobu

$$d > \frac{l}{\theta} + \delta. \quad (5.2)$$

Toto kritérium zajišťuje, že pokud je hmotný střed blízko okraje podprostoru, je jeho pozice posunuta o δ a výsledek je použit k vyhodnocení MAC. Zatímco pokud je hmotný střed blízko středu podprostoru, blíží se výsledek ke starému kritériu.

5.2.3. Seskupování

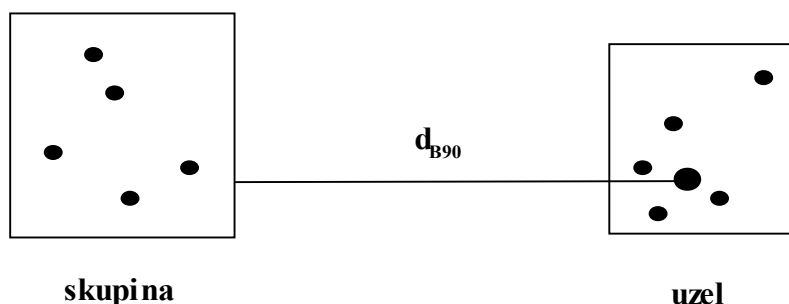
Výpočet interakcí a testování platnosti MAC se nachází v časově nejnáročnější části algoritmu. Je proto vhodné hledat další příslušné optimalizace urychlující tuto kritickou část kódu. Lze předpokládat, že pro částice nacházející se v prostoru blízko sobě, bude seznam uzlů, s nimiž budou interagovat, velmi podobný. Při budování stromu je tak vhodné během dělení prostoru tělesa zařazovat do skupin podle jejich prostorového umístění. Ve chvíli, kdy daná osmina prostoru obsahuje kupříkladu 32 a méně těles, vytvoří se skupina.

Během výpočtu sil při průchodu stromem se pak namísto konkrétní částice vybírá celá skupina.

5.2.3.1. Seskupování B90

Tato metoda³² je modifikací původního algoritmu. Vzdálenost d z BH otevíracího kritéria je nahrazena vzdáleností mezi hmotným středem skupiny a nejbližší hranou krychle obklopující tělesa z vyšetřovaného vrcholu d_{B90} . Tak se ušetří na vyhodnocování kritéria pro každé těleso tím, že jich bylo více zařazeno do jedné skupiny. Seznam těles (uzlů anebo listů), se kterými skupina interaguje, je pak platný pro všechna tělesa skupiny.

Tuto metodu jsem použil při vývoji této práce, ale neukázala se být dost efektivní vzhledem k očekávanému urychlení. Rychlost implementace algoritmu s využitím seskupování B90 byla zhruba stejná, jako algoritmu, kde tato metoda využita nebyla.



Obrázek 5. Význam parametru d_{B90} v upraveném Barnesově kritériu.

³² J. E. Barnes, 1990, J. Comput. Phys. vol. **87**, p. 161.

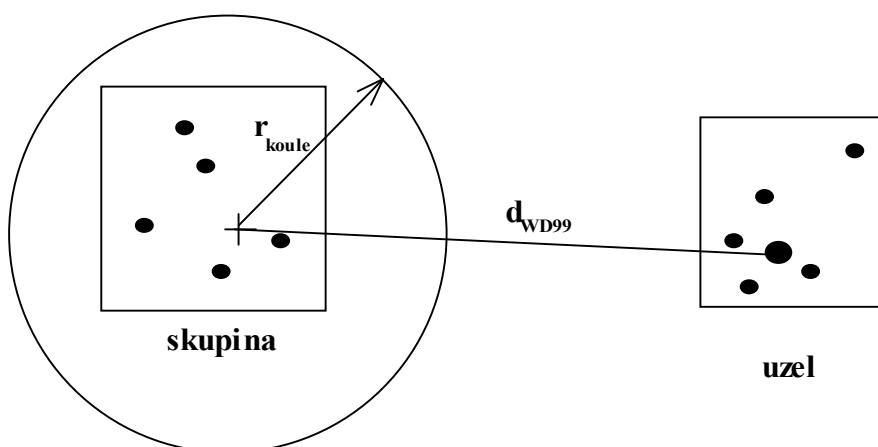
5.2.3.2. Seskupování WD99

Jiná metoda je popsána týmem astrofyziků z Itálie³³. V ní je seznam interagujících objektů rozdělen na dvě části. První část je tvořena tělesy (uzly anebo listy), které jsou od skupiny daleko a které působí na hmotný střed skupiny. Druhou pak tělesa, která jsou blízko a u kterých musí být vypočtena přímá interakce odděleně pro každou částici ve skupině.

Pro kritérium, určující, do které ze skupin interagující těleso (uzel nebo list) spadá, je nutno zavést parametr označený jako poloměr koule takto:

$$r_{koule} = 3 \cdot \frac{l_G \cdot \sqrt{3}}{2}. \quad (5.3)$$

Interagující těleso pak spadá mezi vzdálená tělesa, pokud je splněna podmínka, že vzdálenost mezi hmotným středem skupiny a hmotným středem interagujícího tělesa je větší než parametr poloměr koule. Jinak je zařazeno do seznamu blízkých těles. Nakonec jsou do tohoto seznamu přidána všechna ostatní tělesa ze stejné skupiny.



Obrázek 6. Význam parametrů u metody WD99.

Implementace BH algoritmu, která je součástí této práce, obsahuje pro práci se skupinami metodu WD99. Urychlení vůči variantě bez seskupování bylo až 50 %.

5.3. Paralelizace

Ani přes tento pokrok v oblasti vývoje účinných algoritmů pro n -tělesové úlohy a vývoji hardwaru nelze provést simulaci s velkým n na osobním počítači. Tyto simulace jsou proto provozovány na superpočítačích³⁴, jednoúčelových počítačích GRAPE³⁵ a na PC-clusterech³⁶.

Superpočítače jsou však velmi drahé, a proto musí být tyto výpočetní stroje sdíleny stále větší skupinou lidí zajímajících se o superpočítání. Je proto nutné hledat nové směry, pokud chce-

³³ viz Becciani a kol. (2000)

³⁴ Nejrychlejší superpočítač, který ZČU vlastní, má teoretický špičkový výkon 8,4 GFLOPS. Vzhledem k jeho stáří jej nebylo výhodné využít.

³⁵ viz Kawai a kol. (2000)

³⁶ ZČU také vlastní několik PC clusterů. Nemohly být využity z důvodu vybavení OS Linux.

me takové zdroje využívat. Přijatelnou možností je vyvíjet efektivní programy využívající přednosti paralelního hardwaru.

Zajímavé je, že se stávajícím, jinak masově prodávaným hardwarem, lze právě takové zdroje získat. Druhou podstatnou část nákladů tvoří potřebný software. Jako součást této práce proto bylo třeba takové softwarové vybavení vyvinout. Muselo splňovalo tyto předpoklady:

- běh na stanicích ve veřejných počítačových laboratořích ZČU a spolupráce více učeben
- žádná dodatečná instalace či změna konfigurace SW nebo HW
- provádění v době, kdy učebny nejsou jinak využity (prázdniny, víkend, noc)

Tří-dimenzionální n -tělesové simulace pro velká n vyžadují mnoho výpočetního času. Skupina PC propojená rychlou počítačovou sítí, pak při výpočtu nahradí nákladný paralelní superpočítač a je tak především jejich ekonomicky výhodnější alternativou. n -tělesové simulace vyžadují nejvýkonnější počítače a jejich současná výkonnost je stále omezujícím prvkem vyšších rozlišení a vyšší přesnosti těchto simulací.

Při stanovení cíle, kolik těles by měla být schopná pojmout „rozumná“ simulace, byla spodní hranice stanovena na 10 000 těles. Za optimální výsledek byla přitom považována schopnost zvládnout simulaci 100 000 těles. To by byla simulace přiměřeně vhodná pro prvotní studium vývoje a kolize galaxií, což byl hlavní zamýšlený cíl této aplikace. Při udávání tohoto parametru je však nutno současně udat počet integračních kroků, které musí být během simulace provedeny, spolu s délkou integračního kroku. Dále je nutné počítat s reálným časem běhu simulace. Integrační krok měl představovat maximálně 10^7 let a simulace pro jeden model měla trvat několik málo hodin.

5.3.1. Popis hardwaru a softwaru

Nejvýkonnější počítače ve veřejných počítačových učebnách byly osobní počítače s procesory Intel Pentium 4. Během školního roku se tyto učebny užívají především k běžné výuce a prohlížení internetových stránek. Vzhledem k tomu, že nejdůležitější část kódu provádí operace s reálnými čísly, bylo třeba sledovat údaj o počtu proveditelných operací s těmito čísly za sekundu. Dokumentace společnosti Intel uvádí pro teoretický špičkový výkon svého produktu Pentium 4, při použití specializovaných instrukcí procesoru, hodnotu 6,5 GFLOPS³⁷. Počítače v učebnách, které byly použity pro provedení simulací, byly vybaveny síťovými kartami pro práci se sítí Fast Ethernet (100 Mbit/s).

Simulace jsem prováděl na osmi počítačích s procesory Intel P4 s taktovací frekvencí 1,6 MHz a 256 MB RAM. Nakonec simulační program běžel na devatenácti počítačích s procesory Intel Pentium 4 s taktovací frekvencí 2,5 GHz (výpočetní stroje) a 256 MB RAM. Výpočet organizovala stanice s frekvencí procesoru 1,7 GHz a pamětí o kapacitě 1 GB RAM.

5.3.2. Možné nasazení distribuovaných výpočtů

Výpočetní úlohy byly provedeny v rámci běžného uživatelského konta pod operačním systémem Microsoft Windows 2000 Professional. Lze předpokládat, že naprostá většina osobních počítačů je vybavena obdobně. Instituce vlastní takové počítače tedy de facto vlastní paralelní systém vhodný pro přiměřené n -tělesové simulace, např. kolize galaxií.

³⁷ angl. giga floating-point operations per second, miliardy operací s plovoucí řádovou čárkou za sekundu

Lze tak předpokládat, že největší výpočetní výkon je dnes rozdělen mezi stamilióny lidí po celém světě a centrem, který by mohl tento potenciál spojit, je internet. Také představovaná implementace n -tělesové simulace je určena pro aplikaci právě v těchto podmínkách.

Distribuované systémy pracující na tomto principu by se daly využít pro výzkum a pokrok také v mnoha dalších oblastech lidského vědění, mimo jiné např. v matematice, ekonomii, výzkumu prostředí, boji proti nemocem atd. Lidé již ukázali ochotu spoluúčastnit se takových projektů, které je zajímají³⁸.

5.4. Počítačová implementace paralelní verze Barnesova-Hutova algoritmu

Podstatnou část sekvenčního kódu jsem musel pro distribuovanou verzi přepsat, přestože smysl zůstal převážně stejný. Většina úsilí musela být soustředěna do záležitostí specifických pro vývoj distribuovaných systémů (především komunikace a synchronizace).

Podle Flynnovy klasifikace paralelních počítačů se jedná úlohu běžící na systému typu MIMD³⁹. Konkrétně se jedná o volně vázaný systém, kde má každý z procesorů přímo přístupnou pouze vlastní (tj. lokální) paměť. Každý procesor pracuje nezávisle, ale procesy spolupracují pomocí komunikační části programu s ostatními na dosažení celkového cíle výpočtu (provedení časového kroku simulace). Komunikace s okolními procesory je prováděna pomocí TCP/IP⁴⁰.

Jedna stanice organizuje celý výpočet (vytváří počáteční data, přebírá, interpretuje, přerozděluje a ukládá výsledky), ostatní provádějí výpočet na způsob SPMD⁴¹. Z hlediska paralelizace programu se tedy jedná o procesorovou farmu (Ježek a kol., 1997). Pro spuštění výpočtu jsou třeba minimálně tři stanice. Jeden organizér (farmář) a dva výpočetní stroje (dělníci). Použití pouze jednoho výpočetního stroje by nevedlo k žádnému urychlení oproti čistě sekvenční verzi.

Tento přístup směřoval k urychlení výpočtu vzhledem k sekvenční variantě BH algoritmu. Nelze však uvažovat, že výpočetní čas, který by byl potřebný pro provedení výpočtu na jediném stroji, lze jednoduše podělit počtem procesorů, na kterých úloha běží. Bylo třeba zajistit především pouze minimální komunikační režii, která vyžaduje čas navíc při výměně dat mezi procesory. Na druhou stranu se zčásti mohlo projevit tzv. anomální urychlení tím, že při provádění programu jsou např. všechna pole (realizující stromy v BH algoritmu) menší, čímž se lépe využívá rychlá paměť cache a průchod jimi je rychlejší.

5.4.1. Dekompozice prostoru mezi procesory

Klíčem k úspěchu u paralelního výpočtu je zajištění dobrého rozložení zatížení jednotlivých procesorů. Proto je nutné zabezpečit vhodné rozdělení dat mezi jednotlivé procesory. Dalším hlediskem je potřeba zajistit minimální komunikaci mezi procesory.

Nejprve jsem zamýšlel využít čistého modelu SPMD, kde by všechny stanice spolupracovaly a nepotřebovaly by žádnou další specializovanou stanici, která by je organizovala. Tato varianta se po určité době ukázala jako nemožná, jelikož tělesa nemohou být mezi různé procesory

³⁸ Jedním z nich je hledání mimozemského umělého signálu v rámci projektu SETI@Home.

³⁹ angl. Multiple Instruction, Multiple Data

⁴⁰ specifikace RFC 1180

⁴¹ angl. Single Program, Multiple Data

ry rozdělena náhodně. Stejně tak není optimální tělesa rozdělit pouze tím způsobem, že by každý procesor zpracovával určitou pevně stanovenou pravoúhlou oblast. Rozdělení musí být provedeno na základě znalosti celého simulovaného objemu těles adaptivně.

V problémech, jako jsou n -tělesové simulace, se využívá metoda geometrická dekompozice. Je nutné rozdělit celý simulovaný prostor těles a ty předat ke zpracování jednotlivým výpočetním strojům. Tělesa pro jednotlivé procesory v paralelních systémech jsou obvykle získávány podle *ortogonální rekurzivní bisekce* ORB⁴². Ta spočívá v rekurzivním dělení prostoru v každé kartézské souřadnici dvěma tak dlouho, dokud není každému procesoru přiřazena jedna doména. Rozdělení prostoru musí být zajištěno takovým způsobem, aby byly všechny procesory rovnoměrně zatíženy a například některé nečekaly na ostatní.

Pro dělení prostoru na domény však existuje rychlejší metoda. Metoda *costzones*⁴³ je méně náročná na výpočetní čas a také zajišťuje lepší rozdělení zatížení mezi jednotlivé procesory. Dynamického rozložení zatížení procesorů je dosaženo zavedením proměnné, která je navýšena při výskytu interakce. Ta určuje váhu každého tělesa v seznamu. Myšlenka metody spočívá v seřazení prostorově rozložených dat do jednorozměrného seznamu. To lze provést pomocí křivek vyplňujících prostor, které prochází každým bodem simulovaného prostoru⁴⁴. Jednorozměrný seznam je pak rozsekán podle počtu procesorů a tělesa jsou rozeslána mezi procesory.

Nejprve jsem zvažoval použití Mortonovy křivky, která není v celém prostoru spojitá, ale snadněji se naprogramuje. Mortonova křivka však byla již mnohokrát použita (Warren, Salmon a kol., 1993, 1997). Proto jsem ve své paralelní variantě BH algoritmu použil pro seřazení prostorově rozložených těles do jednorozměrného seznamu Hilbertovu křivku (Moon a kol., 1996), která je v celém prostoru spojitá.

Syrová data z celkem sedmi simulací, získaná z distribuované varianty n -tělesové simulace vyvinuté pro tuto práci, jsou uložena na devíti CD s kapacitou 700 MB. Vzhledem k tomuto objemu obsahuje přiložené médium pouze animace vývoje vybraných simulovaných systémů, které byly získány na základě těchto dat.

⁴² S. B. Baden, 1987, „*Run-time partitioning of scientific continuum calculations running on multiprocessors*“, Ph.D. thesis, University of California, Berkeley.

⁴³ J. P. Singh, 1993, „*Parallel hierarchical N-body methods and their implications for multiprocessors*“, Ph.D. thesis, Stanford University.

⁴⁴ Většina křivek vyplňujících prostor, jako například Mortonovo řazení, je nespojitých.

6. Počítačové simulace vývoje galaxií

6.1. Rozdělení galaxií

Galaxie jsou soubory převážně hvězd, plynu, prachu a neviditelné hmoty, které jsou vzájemně gravitačně vázány. Převládající silou utvářející galaxie je gravitace, magnetická pole lze zanedbat. n -tělesové simulace rozpínajícího vesmíru ukazují, jak se hmota začala v raném vesmíru shlukovat a tvořit větší uskupení, až vznikly útvary, které označujeme galaxie. Tento proces probíhá i nadále (viz kap. 7).

Podle morfologie jsou galaxie rozdělovány do tří základních skupin: spirální, eliptické a nepravidelné.

6.1.1. Spirální galaxie

Tento druh galaxií je rozlišován podle rozvinutosti spirálních ramen. Není v nich příliš náhodného pohybu. Většina kinetické energie je ukryta v uspořádané rotaci a jsou tedy „chladné“. Rotace hvězd v galaktickém disku kolem centra (obvykle černé díry) je popsána rotační křivkou.

6.1.1.1. Příčky

Osová nesymetrie ve spirálních galaxiích se označuje jako příčka. Příčka představuje oblast, kde je soustředěna převážná většina pozorovatelné hmoty. Ukázalo se, že příčku, alespoň malou, lze pozorovat u většiny galaxií včetně té naší (Binney, 1995).

Také n -tělesové simulace ukazují, že chladné disky jsou nestabilní a velice záhy se v nich samovolně objevuje osová nesymetrie. S pokračujícím vývojem systému tato nesymetrie pomalu slábne (Sellwood, 1981).

6.1.2. Eliptické galaxie

Podstatná část kinetické energie těchto systémů je tvořena náhodným pohybem hvězd. Takové galaxie jsou označovány jako „horké“. Předpokládá se, že velké eliptické galaxie vznikly sloučením spirálních galaxií. Menší jsou pak většinou výsledkem interakce nepravidelných galaxií.

6.1.3. Nepravidelné galaxie

Galaxie označované jako nepravidelné nemají žádnou zvláštní strukturu. Obvykle se jedná o malé galaxie, které pozorujeme ve chvíli, kdy jsou obětmi kanibalismu větší galaxie. Po určité době větší galaxie menší společníci úplně pohltní. Také Galaxie nabývá na velikosti díky kanibalismu. V současné době již například pohlcuje dvě nedaleké nepravidelné galaxie, tzv. Magellanova mračna (viz kap. 7).

6.2. Složkový model galaxií – počáteční podmínky

Jedno z možných modelování struktury galaxie lze provést na základě vzhledu jednotlivých složek. Tento postup jsem zvolil pro své simulace. Umožňuje sestavit mnoho různých modelů galaxií výběrem komponent a změnou jejich parametrů. Na tělesa v modelech nepůsobí žádný

vnější potenciál, takže všechny simulace, které jsem provedl, jsou zcela konzistentní⁴⁵. Všechny části galaxie na sebe během simulace působí.

Jedná se však samozřejmě o zjednodušení. Jednotlivé části se ve skutečnosti z fyzikálního hlediska prolínají a není možné je takto jednoznačně oddělit. Avšak ani distribuční funkce těchto idealizovaných komponent ve skutečných galaxiích nejsou přesně známy. Proto nebylo generování počátečních podmínek snadné a musel jsem najít správné hodnoty jednotlivých parametrů tak, aby se výsledek co nejvíce blížil pozorovaným skutečnostem. Hodnoty parametrů byly voleny v obecně přijímaných mezích pro parametry skutečné Galaxie. Rozptyl těchto hodnot ztěžuje vytvoření správného modelu.

Jelikož je model konzistentní, jsou vygenerované složky nejprve ponechány relaxaci v přítomnosti ostatních složek. Během této rané fáze, kdy se model stabilizuje a jednotlivá tělesa přestávají mít striktní charakter dané modelové složky, jsou pozorovatelné pravidelné zhuštění podobné prstencům. Jedná se o útvary vzniklé v důsledku matematického modelu složek, na jehož základě se generují počáteční podmínky těles. Rychlost těles zcela neodpovídá jejich prostorovému rozložení. Tento matematický postup vytváření modelu galaxie se liší od reálných podmínek v galaxiích, které se ve skutečnosti vyvinuly naprosto odlišným způsobem.

Tyto zhuštění se objevují v důsledku počátečních podmínek, kdy se z matematického modelu stává za působení simulované gravitační síly exaktnější fyzikální model galaxie. Ten odpovídá skutečnosti lépe než složkový model, ale není možné jej matematicky popsat. Toto je jeden z důvodů, proč je nutné používat n -tělesové simulace. Po určité době jsou tyto zhuštění modelem absorbovány, systém těles se stabilizuje a dostane se do rovnováhy. Tento stav pak odpovídá pozorované skutečnosti.

6.2.1. Modely s diskem

6.2.1.1. Distribuce částic

Počáteční rozdělení hvězd v rovině disku (x - y) je dáno hustotou pravděpodobnosti v Kuzminově disku:

$$\rho_D(r) = \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{r^2}{a_d^2}\right)^{-\frac{3}{2}}, \quad (6.1)$$

kde ρ_0 je konstanta, r je vzdálenost částice od středu disku a a_d je délková míra poloměru. Částice v exponenciálním disku jsou v jeho rovině rozděleny s hustotou pravděpodobnosti

$$\rho_D(r) = \rho_0 \cdot \exp\left(-\frac{r}{r_{d \max}}\right), \quad (6.2)$$

kde je $r_{d \max}$ maximální poloměr disku. Všechny simulace mají částice disku umístěny s rozdělovací funkcí podle (6.1).

Ve směru kolmém na hlavní rovinu disku (osa z) je hustota pravděpodobnosti dána jako

⁴⁵ Ne všechny simulace jsou konzistentní. V případech nekonzistentních simulací je některá ze složek přítomna pouze ve formě konstantního potenciálu. Výhodou tohoto přístupu je zmenšení počtu n potřebných těles a tím urychlení výpočtu, nevýhodou je chybějící interakce mezi potenciálem zastoupenou složkou a ostatními objekty. Proto je takový model méně reálný.

$$\rho_{Dz}(z, r) = \rho_0 \cdot \cosh^{-2} \left(\frac{z}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_{\max}^2}}} \right) \quad (6.3)$$

podle Spitzera. Další parametry také souvisí s tloušťkou disku. Jedná se o maximální vzdálenost částic od roviny disku z_0 a poloměr r_{ignored} , za nímž se již částice mimo hlavní rovinu disku nenachází. Parametr r_{ignored} byl při generování počátečních podmínek vždy nastaven na 2 kpc.

6.2.1.2. Rotační křivka

V případě chladného disku mají částice pouze tangenciální, kruhové rychlosti. Mírně klesající křivku jsem určil pozměněním Toomreovy rotační křivky⁴⁶

$$v(r) = C \cdot (1 + r^2)^{-\frac{3}{5.3}}, \quad (6.4)$$

kde C je konstanta.

Plohou rotační křivka pak jako

$$v(r) = C \cdot (1 + r^2)^{-\frac{3}{5.9}}. \quad (6.5)$$

6.2.1.3. Vznik příčky

V simulacích, kde jsem ponechal disk chladný, docházelo ke vzniku silné příčky. Přesto u většiny skutečných stelárních disků tolik výraznou příčku nepozorujeme. Vzniku osové nesymetrie lze zabránit přidáním náhodného pohybu částicím disku. Dále vzniku příčky brání stabilizační účinky rozsáhlého temného hala.

6.2.1.4. Horký disk

Vzniku Jeansových osových nesymetrií zčásti zabraňuje také přidání náhodného pohybu.

Podle Toomra⁴⁷ je tangenciální disperze v rychlosti $\sigma_{\text{tan}} = 3,36 \cdot Q_{\text{Toomre}} \cdot \frac{G \cdot \rho_D(r)}{2 \cdot \omega(r)}$, kde

Q_{Toomre} je Toomreův parametr stability, G je gravitační konstanta, $\rho(r)$ je rozložení hvězd v rovině disku a $\omega(r)$ úhlová rychlost určitelná ze vztahu $\omega(r) = \frac{v}{r}$. Radiální disperze je

$\sigma_{\text{rad}} = 3,36 \cdot Q_{\text{Toomre}} \cdot \frac{G \cdot \rho_D(r)}{\kappa(r)}$, kde $\kappa(r)$ je Lindbladova epicyklická frekvence. Epicyklická

frekvence je úměrná úhlové frekvenci a je zvolena jako $\kappa(r) = \sqrt{2} \cdot \omega(r)$.

⁴⁶ A. Toomre, 1963, „On the distribution of matter within highly flattened galaxies“, Astrophys. J., vol. **138**, p. 385.

⁴⁷ A. Toomre, 1964, „On the gravitational stability of a disk of stars“, Astrophys. J., vol. **139**, p. 1271.

Vertikální disperze rychlosti (disperze v rychlosti ve směru kolmém na hlavní rovinu disku) je určena jako část tangenciální disperze podle parametru μ_Z takto

$$\sigma_Z = \mu_Z \cdot \sigma_{\tan} . \quad (6.6)$$

6.2.2. Modely s výdutí

Výduť je silnější oblast v centru galaxie s velkou koncentrací hmoty. Rozložení částic výduti je dáno hustotou pravděpodobnosti

$$\rho_B(r) = \rho_0 \cdot \frac{a_b}{r \cdot (r + a_b)^3} , \quad (6.7)$$

kde a_b je délková míra výduti. Jinak lze výduť modelovat také Plummerovou distribucí (viz další odstavec). Maximální vzdálenost částic výduti od středu udává parametr $r_{b\max}$.

6.2.3. Modely s halem

Halo je v podstatě pokračováním výduti v centrální části galaxie. Již dlouho je známo, že halo částečně zabráňuje vzniku osově nesymetrických nestabilit (Barnes a Hernquist, 1992). Distribuce částic je dána Plummerovou distribucí

$$\rho_H(r) = \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{r^2}{a_h^2} \right)^{-\frac{5}{2}} . \quad (6.8)$$

Parametr a_h udává délkovou míru poloměru. Maximální vzdálenost částic hala od středu udává parametr $r_{h\max}$.

6.2.4. Modely s temným halem

Rotační křivka spirálních galaxií, stejně jako té naší, je plochá. Aby byla shoda mezi pozorováními a simulacemi, bylo třeba zavést opticky nepozorovatelné, rozsáhlé temné halo, které by tuto podmínku zajistilo (Dubinski, Mihos, Hernquist, 1996). Hustota pravděpodobnosti částic v temném halu je podle Hernquista (1993) dána:

$$\rho_{DH}(r) = \rho_0 \cdot \frac{\alpha}{r_{dh\max}} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{r_{dh\max}^2}\right)}{r^2 + \gamma^2} , \quad (6.9)$$

kde $r_{dh\max}$ je maximální poloměr hala, γ je poloměr jádra a α je konstanta definovaná

$$\alpha = \left\{ 1 - \sqrt{\pi} \cdot q \cdot \exp(q^2) \cdot [1 - \operatorname{erf}(q)] \right\}^{-1} , \text{ kde } q = \frac{\gamma}{r_{dh\max}} .$$

Z výsledků projektů snažících se objasnit povahu temné hmoty vyplývá, že její většina není tvořena kompaktními hmotnými objekty jako jsou černé díry nebo hnědí trpaslíci. Proto je nutno v simulacích složce temné hmoty přisoudit co možná největší množství částic, charakterizující její rovnoměrné rozložení do téměř kulovitého hala.

6.3. Volba jednotek

Pro simulace je výhodné zavést nové jednotky. Jednotka hmotnosti je určena podle úhrnné hmotnosti hvězd v Galaxii.

- gravitační konstanta $[G] = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$ ⁴⁸
- jednotka hmotnosti $[m] = 2 \cdot 10^{11} \cdot M_{\odot} = 2 \cdot 10^{11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 3,98 \cdot 10^{41} \text{ kg}$
- jednotka délky $[l] = 1 \text{ kpc} = 3,09 \cdot 10^{19} \text{ m}$

Ostatní jednotky lze odtud odvodit:

Z gravitačního zákona máme

$$[F] = [G] \cdot \frac{[m^2]}{[l^2]}, \quad (6.10)$$

přičemž levá strana této rovnice je

$$[F] = [m] \cdot [a] = [m] \cdot \frac{[v]}{[t]} = [m] \cdot \frac{[l]}{[t^2]}. \quad (6.11)$$

Po dosazení z (6.11) za levou stranu do (6.10) dostáváme

$$[m] \cdot \frac{[l]}{[t^2]} = [G] \cdot \frac{[m^2]}{[l^2]}. \quad (6.12)$$

Odtud lze již vyjádřit t a po číselném dosazení odsud plyne jednotka času.

- jednotka času $[t] = 1,06 \cdot 10^6 \text{ roků}$
- jednotka rychlosti $[v] = 924 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

6.4. Provedené simulace

Z počátku bylo velmi obtížné nalézt takové hodnoty pro parametry simulace, aby byl výsledek věrohodný (viz odst. 6.2). Nejprve docházelo v systému ke kolapsu, kdy tělesa neměla dostatek pohybové energie a pohybovala se ke středu, po čemž následovala fáze, kdy začal systém těles překotně expandovat. Tělesa se pak shlukla do výrazné prstencové zhuštění, která byla mnohem patrnější než zhuštění v simulacích popsanych v této práci. Prstencové zhuštění přetrvávaly po velmi dlouhou dobu. Nebo se naopak tělesa pohybovala příliš rychle vlivem počátečních podmínek a galaxii postupně opouštěla. Tento proces jsem se také pokoušel kompenzovat přítomností hmotné černé díry v centru disku, ale bez úspěchu⁴⁹.

Z těchto pokusů je vidět silná závislost simulovaného systému na počátečních podmínkách. Drobnější odchylky pak již dokáže systém vykompenzovat⁵⁰ a dokáže se stabilizovat.

⁴⁸ Tento přístup také umožňuje provést urychlení výpočtu gravitační interakce.

⁴⁹ Žádný z konečných modelů nemá v centru speciální objekt zastupující hmotnost černé díry.

⁵⁰ Jako například pravidelné zhuštění zmiňované v kapitole 6.2.

6.4.1. Simulace se vznikem silné příčky

Z pozorování plyne, že většina spirálních galaxií má alespoň slabou příčku. Simulace č. 1 a č. 2 ukazují vývoj osamoceného disku. Z podobných n -tělesových simulací je již dlouhou dobu známo, že disky bez hala a náhodného pohybu jsou nestabilní a velmi záhy se v nich tvoří silná příčka v centrální oblasti. Stejný výsledek poskytují také tyto dvě simulace.

Mezi oběma simulacemi je rozdíl pouze v celkové hmotnosti těles v disku. Nejprve vzniknou zóny s větší koncentrací částic (prstence), které jsou výraznější u první simulace. Tyto hustotní vlny tvoří tělesa především z centrálních a středních částí disku, která nemají dostatek pohybové energie. Je pozorovatelné, jak se tato tělesa přesunují ke středu disku, kde jsou urychlena, expandují zpět a vytvářejí prstence. Jde o zmiňovaný nesoulad mezi počáteční rotační křivkou disku, která zcela neodpovídá počátečnímu rozložení hmotnosti. S postupujícím vývojem tyto oblasti mizí a vzniká silná příčka. V případě simulace č. 2, kde hmotnost disku odpovídá hmotnosti pozorovatelné hmoty v Galaxii, je situace lepší a zhuštění jsou méně výrazné. V simulaci č. 1, kde má disk 90 % hmoty simulace č. 2, jsou zhuštění výraznější.

Simulace č. 1 pokrývá časové období 0,5 miliardy let, simulace č. 2 zhruba 0,75 miliardy let.

TABULKA 1. Složky simulace č. 1 a č. 2

celkový počet těles	10 000	10 000
celková hmotnost	0,9	1
počet těles v disku	10 000	10 000
celková hmotnost disku	0,9	1

TABULKA 2. Parametry disku simulace č. 1 a č. 2

$r_{\max}$	27	27
z_0	0,5	0,5
a_d	3,5	3,5
náhodný pohyb	ne	ne

TABULKA 3. Parametry výpočtu simulace č. 1 a č. 2

otevírací úhel θ	1	1
zjemňovací vzdálenost ε	1	1
integrační krok	1	1
počet integračních kroků	485	756

6.4.2. Simulace s horkým diskem

Jak je z přírody známo, reálné galaxie přičku tak silnou, jak naznačují simulace č. 1 a 2, nemají. Zatímco v těchto dvou simulacích měly na počátku objekty pouze systematické kruhové rychlosti podle rotační křivky, přidal jsem proto v simulaci č. 3 náhodný pohyb. Podobně chaotický pohyb se vyskytuje především v eliptických galaxiích.

Hodnotu Toomreova parametru jsem zvolil jako 1,2. Tato hodnota zabránila vytvoření přičky. Šum v pravidelném pohybu také neumožní vzniknout umělým zhuštěninám.

Simulace horkého disku pokrývá časové období téměř 1 miliardy roků. Animace ukazuje, že ani během této doby nedošlo k vytvoření žádné znatelné přičky.

TABULKA 4. Složky simulace č. 3

celkový počet těles	15 000
celková hmotnost.....	1,2
počet těles v disku	15 000
celková hmotnost disku	1,2

TABULKA 5. Parametry disku simulace č. 3

$r_{\max}$	27
z_0	0,5
a_d	3,5
náhodný pohyb	ano
Q_{Toomre}	1,2
μ_z	0,5

TABULKA 6. Parametry výpočtu simulace č. 3

otevírací úhel θ	1
zjemňovací vzdálenost ε	1
integrační krok.....	1
počet integračních kroků	908

6.4.3. Simulace s temným halem

Plochá rotační křivka hvězd ve spirálních galaxiích ukazuje na přítomnost další hmoty, která není pozorovatelná v žádné části spektra elektromagnetického vlnění. Také počet pozorovaných kolizních systémů naznačuje přítomnost hala temné hmoty (viz kapitola 7).

V simulaci č. 4 je ještě pozorovatelný počáteční kolaps části hmoty disku a jeho následná expanze dávající vzniknout zhuštěninám kolem disku. Zrodu výrazných umělých zhuštěnin jako v simulacích č. 1 a č. 2 zřejmě zabraňuje gravitační potenciál hmotného temného hala. Simulace č. 5 pak má odlišné parametry a zhuštění pozorovatelné nejsou.

V simulaci č. 5 naopak vzniká charakteristický vír pozorovaný u skutečných spirálních galaxií.

TABULKA 7. Složky simulace č. 4 a č. 5

celkový počet těles	28 800	20 500
celková hmotnost	4,01	1,89
počet těles v disku	8 000	5 000
celková hmotnost disku.....	1	0,5
počet těles výduti	800	500
celková hmotnost výduti	0,01	0,09
počet těles temného hala	20 000	15 000
celková hmotnost hala.....	3	1,8

TABULKA 8. Parametry disku simulace č. 4 a č. 5

$r_{\max}$	27	27
z_0	0,5	0,5
a_d	3,5	3,5
náhodný pohyb.....	ne	ne

TABULKA 9. Parametry výduti simulace č. 4 a č. 5

$r_{b \max}$	 3,5	 3,5
a_b	 3,5	 3,5

TABULKA 10. Parametry temného hala simulace č. 4 a č. 5

$r_{dh \max}$	 84	 84
γ	 3,5	 3,5
a_{dh}	 3,5	 3,5

TABULKA 11. Parametry výpočtu simulace č. 4 a č. 5

otevírací úhel θ	 1	 0,85
zjemňovací vzdálenost ε	 1	 0,8
integrační krok	 1	 0,8
počet integračních kroků	 278	 252

7. Počítačové simulace kolize galaxií

Galaxie nežijí v osamocení. Zřejmě jen malý počet galaxií se vůbec neseťká s jinými. Například sousední Magellanova mračna již nyní zažívají slapové působení naší Galaxie. Naše Galaxie by se pak mohla za několik miliard let setkat se zhruba dvakrát tak velkou galaxií M31, která je dnes v souhvězdí Andromedy. Je možné, že z tohoto setkání vznikne eliptická galaxie. Kolize galaxií jsou značně podporovány přítomností temného hmoty, které je mnohem rozsáhlejší než pozorovaná viditelná část a gravitačně působí nejen na vnitřní části disku, ale také právě na okolní galaxie (viz odst. 6.4.3).

Pokud dojde ke kolizi galaxií (dojde k jejich vzájemnému prostoupení), nedochází u nich obvykle ke kolizi hmoty, jež je tvoří. Hvězdy v galaxiích tedy téměř nikdy nekolidují, výjimkou jsou například husté oblasti jádra galaxií.

Při gravitačním působení mezi galaxiemi se objevují různé deformace. Na jejich základě lze usuzovat o jejich minulém dynamickém vývoji. Morfologie, kterou galaxie vykazují, jsou pozůstatkem po těchto setkáních. Je navíc možné, že eliptické galaxie jsou výsledkem sloučení dvou nebo více galaxií. Na základě n -tělesových simulací byly vytvořeny atlasy obsahující různé tvary galaxií a ukazující počáteční konfigurace původních galaxií.

Nejprve jsem vytvořil odděleně počáteční podmínky pro galaxie tvořící kolizní systém, jak je popsáno v kapitole 6.2. Jedna galaxie je označována jako „centrální“ a druhá, která je obvykle menší, jako „společnice“. Počáteční podmínky oddělených galaxií jsou nastaveny tak, že hlavní rovina hvězdného disku je umístěna v rovině os xy souřadnicového systému.

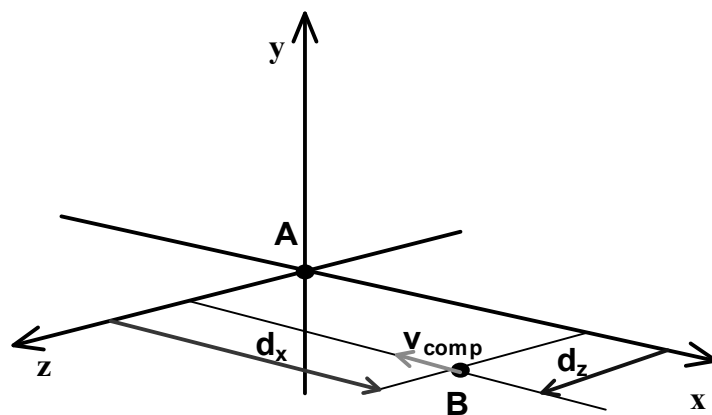
Při nastavení kolize používám dva modely: model přímého setkání a model kepleriánského setkání. Změnou parametrů těchto modelů lze získat teoreticky neomezený počet počátečních konfigurací. U obou modelů se nastavují dva parametry udávající orientaci dané galaxie vůči souřadnicovému systému. Parametry udávající orientaci galaxie v prostoru jsou úhel i a úhel ω pro každou z galaxií. Úhel natočení kolem osy y je označen jako i a rotace kolem osy z jako ω . Úhly jsou zadávány ve stupních.

7.1. Model přímého setkání

U tohoto modelu je počáteční konfigurace kolidujících galaxií udána následujícími parametry (názorně viz obr. č. 7):

- počáteční vzdálenost mezi galaxiemi d_x – udává vzdálenost středu společnice od středu centrální galaxie ve směru osy x
- počáteční odchylka společnice od středu centrální galaxie d_z – udává vzdálenost středu společnice od středu centrální galaxie ve směru osy z
- rychlost společnice vzhledem k centrální galaxii v_{comp} – udává, jakou rychlostí se celá společnice pohybuje směrem k centrální galaxii proti směru osy x

Počáteční podmínky jsou nastaveny tak, že se hmotný střed centrální galaxie nachází v poloze $0, 0, 0$. Hmotný střed společnice je nastaven podle výše uvedených parametrů.



Obrázek 7. Parametry modelu přímého setkání.

7.2. Model kepleriánského setkání

Tento model jsem vytvořil z důvodu souladu s většinou ostatních autorů kolizních simulací⁵¹, kteří pro popis kolizí používají tři následující parametry společnice:

- číselná výstřednost ε – číselná výstřednost kuželoščky, po které se pohybuje společnice
- čas do pericentra t_p – doba, za kterou by se společnice dostala do pericentra, pokud by se dále pohybovala přesně podle původní kuželoščky
- vzdálenost v pericentru r_p – vzdálenost v pericentru, kterého by společnice dosáhla, pokud by se nadále pohybovala přesně podle původní kuželoščky (neboli nejmenší vzdálenost společnice od ohniska kuželoščky, v němž se nachází centrální galaxie)

Počáteční podmínky jsou nastaveny tak, že se hmotný střed centrální galaxie nachází v ohnisku kuželoščky. Hmotný střed společnice je nastaven tak, jako by se pohyboval po kepleriánské dráze podle výše uvedených parametrů. Společnice se pohybuje v rovině x - y souřadnicového systému.

7.3. Provedené simulace

Simulace č. 6 představuje přímou kolizi dvou galaxií a pokrývá časové období 360 milionů let. Společnice na centrální galaxii nalétává ze vzdálenosti 12 kpc rychlostí $1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Centrální galaxie má rovinu disku natočenou kolmo k rovině disku společnice.

Po sblížení obou galaxií je patrná deformace společnice. Ta osciluje kolem středu centrální galaxie se stále se zmenšující amplitudou, až začne splývat s centrální galaxií. Některá tělesa původní společnice si však ponechají zřetelně odlišnou charakteristiku pohybu vůči pohybu těles původní centrální galaxie. Vzhledem k tomu, že společnice má více než pětinu hmotnosti centrální galaxie, dochází při jejich sblížení také k částečnému ovlivnění struktury centrální galaxie.

⁵¹ např. J. Barnes, L. Hernquist, 1996, „*Transformations of Galaxies. II. Gasdynamics in Merging Disk Galaxies*”, vol. 471, p. 115.

TABULKA 12. Složky centrální galaxie a její společnice

celkový počet těles	10 000	5 600
celková hmotnost	1,2	0,275
počet těles v disku	10 000	5 000
celková hmotnost disku	1,2	0,165
počet těles výduti	0	500
celková hmotnost výduti	0	0,055
počet těles hala	0	100
celková hala	0	0,055

TABULKA 13. Parametry disku centrální galaxie a její společnice

$r_{\max}$	10	10
z_0	0,5	0,5
a_d	3,5	1
náhodný pohyb	ne	ne

TABULKA 14. Parametry výduti společnice

$r_{b \max}$	0,5
a_b	0,5

TABULKA 15. Parametry hala společnice

$r_{h \max}$	10
a_h	10

TABULKA 16. Parametry výpočtu kolizního systému

otevírací úhel θ	0,7
zjemňovací vzdálenost ε	0,7
integrační krok.....	0,7
počet integračních kroků	485

Provedl jsem ještě další dvě simulace, ve kterých však došlo pouze ke sloučení disků. Tyto simulace nevypadaly realisticky (měly špatně nastavené počáteční podmínky) a uvádím je zde pouze jako demonstraci možnosti provádět rozsáhlé simulace s počtem těles závislým pouze na poskytnutém výkonu procesorů. Výpočet gravitačních interakcí zde probíhal pro 80 000, resp. 120 000 těles.

8. Závěr

Vytvořil jsem simulační program pro pohyb těles v systému n -těles, se speciálními funkcemi pro modelování pohybu těles sluneční soustavy. Výpočet gravitační interakce je zde prováděn přímou metodou nerelativisticky, nebo relativisticky. U komet je prováděn výpočet negravitačního působení vlivem výtrysků plynů pomocí několika modelů.

Pokrok v technologii osobních počítačů (PC) umožňuje v poslední době tyto stroje používat k trojdimenzionálním simulacím pohybů astronomických objektů v rozsáhlých systémech, jako jsou galaxie. Pro tyto simulace jsem počítače využíval mimo dobu, která je vyhrazena pro práci studentů při výuce či při jejich samostatné činnosti. To ukazuje, že pro náročné výpočty není vždy třeba pořizovat nákladné superpočítače nebo PC-clustery. Ty pak kvůli přílišné specializaci zůstávají nevyužity a rychle zastarávají.

Proto jsem vyvinul paralelní simulační software, který je založen na stromovém Barnes-Hutově algoritmu výpočtu sil v systému n -těles s vlastní organizací synchronizace a systémem zasílání zpráv pro operační systémy založené na Windows NT. Software využívá z hlediska distribuovaného výpočtu model „farmer-workers“. Jeho součástí je také generátor počátečních podmínek pro různé modely galaxií a jejich kolizí ve formě přívětivého průvodce. Stromový algoritmus je výrazně rychlejší oproti algoritmu přímé sumace.

Z rozboru provedených simulací rozsáhlých systémů vyplývá, že jejich výsledky odpovídají pozorováním, která provádějí astronomové – vznik příčky u galaxií, přítomnost rozsáhlého temného hala a kolizí galaxií. U některých provedených simulací je pozorovatelné pravidelné seskupení těles do tvaru prstenců. Vznik těchto umělých zhuštěnin v rané fázi simulace poukazuje na neúplnou správnost modelů, které je nutno dále zdokonalovat.

Do budoucna by bylo také vhodné přidat možnost vzdalování jednotlivých objektů (představuje přidání jedné řádky do zdrojového programu), čímž by bylo možné simulovat chování systémů těles v rozpínajícím se vesmíru.

Při provádění simulací je vhodné nejprve provést zkušební běh podle zadaných parametrů modelu s menším počtem těles. Toto je prozatím na pokraji proveditelnosti při použití jednoho počítače. Problém s využitím skupiny počítačů uvnitř nějaké organizace spočívá v omezeném přístupu k těmto výpočetním prostředkům mimo běžné přístupové hodiny. Představovaná architektura simulačního softwaru však umožňuje, aby byly počítače účastníci se výpočtu umístěny kdekoli v dosahu sítě internet.

Vývoj systému je během simulace vizualizovaný v obou simulačních programech ve třech rozměrech s možností volby libovolného místa a úhlu pohledu. Vývoj systému těles lze uložit pro provedení pozdějších analýz či pro předvádění.

Bibliografie

Formát citací je oproti běžným zvyklostem rozšířen ještě o plný název příslušného článku tak, aby si bylo možno učinit představu, o čem citovaná práce pojednává.

J. E. Barnes, P. Hut, 1986, „*A Hierarchical $O(N \log N)$ Force-Calculation Algorithm*“, Nature, vol. **324**, p. 446.

J. E. Barnes, L. Hernquist, 1992, „*Dynamics of interacting galaxies*“, Annual Rev. Astron. Astrophys., vol. **30**, p. 705.

U. Becciani, V. Antonuccio-Delogu, M. Gambera, 2000, „*A Modified Parallel Tree Code for N-Body Simulation of the Large-Scale Structure of the Universe*“, J. Comput. Phys., vol. **163**, p. 118.

J. Binney, 1995, „*The evolution of our galaxy*“, Sky and Telescope, vol. **89**, p. 20.

J. Dubinski, J. C. Mihos, L. Hernquist, 1996, „*Using tidal tails to probe dark matter halos*“, Astrophys. J., vol. **462**, p. 576.

L. Hernquist, 1987, „*Performance characteristics of tree codes*“, Astrophys. J. Supp., vol. **64**, p. 715.

L. Hernquist, 1993, „*N-body realizations of compound galaxies*“, Astrophys. J. Supp., vol. **86**, p. 389.

K. Ježek, P. Matějovic, S. Racek, 1997, „*Paralelní architektury a programování*“, skriptum FAV ZČU.

A. Kawai, T. Fukushige, J. Makino, M. Taiji, 2000, „*GRAPE-5: A Special-Purpose Computer for N-body Simulations*“, Publ. Astron. Soc. Japan, vol. **52**, p. 659.

D. Merritt, 1993, „*Dynamics of elliptical galaxies*“, Science, vol. **259**, p. 1867.

B. Moon, H. V. Jagadish, C. Faloutsos, J. H. Saltz, 1996, „*Analysis of the Clustering Properties of Hilbert Space-filling Curve*“, Submitted to IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering.

X. X. Newhall, E. M. Standish, J. G. Williams, 1983, „*DE 102: a numerically integrated ephemeris of the Moon and planets spanning forty-four centuries*“, Astron. Astrophys., vol. **125**, p. 150.

J. K. Salmon, M. S. Warren, 1994, „*Skeletons from the treecode closet*“, J. Comp. Phys., vol. **111**, p. 136.

J. A. Sellwood, 1981, „*Bar Instability and Rotation Curves*“, Astron. Astrophys., vol. **99**, p. 362.

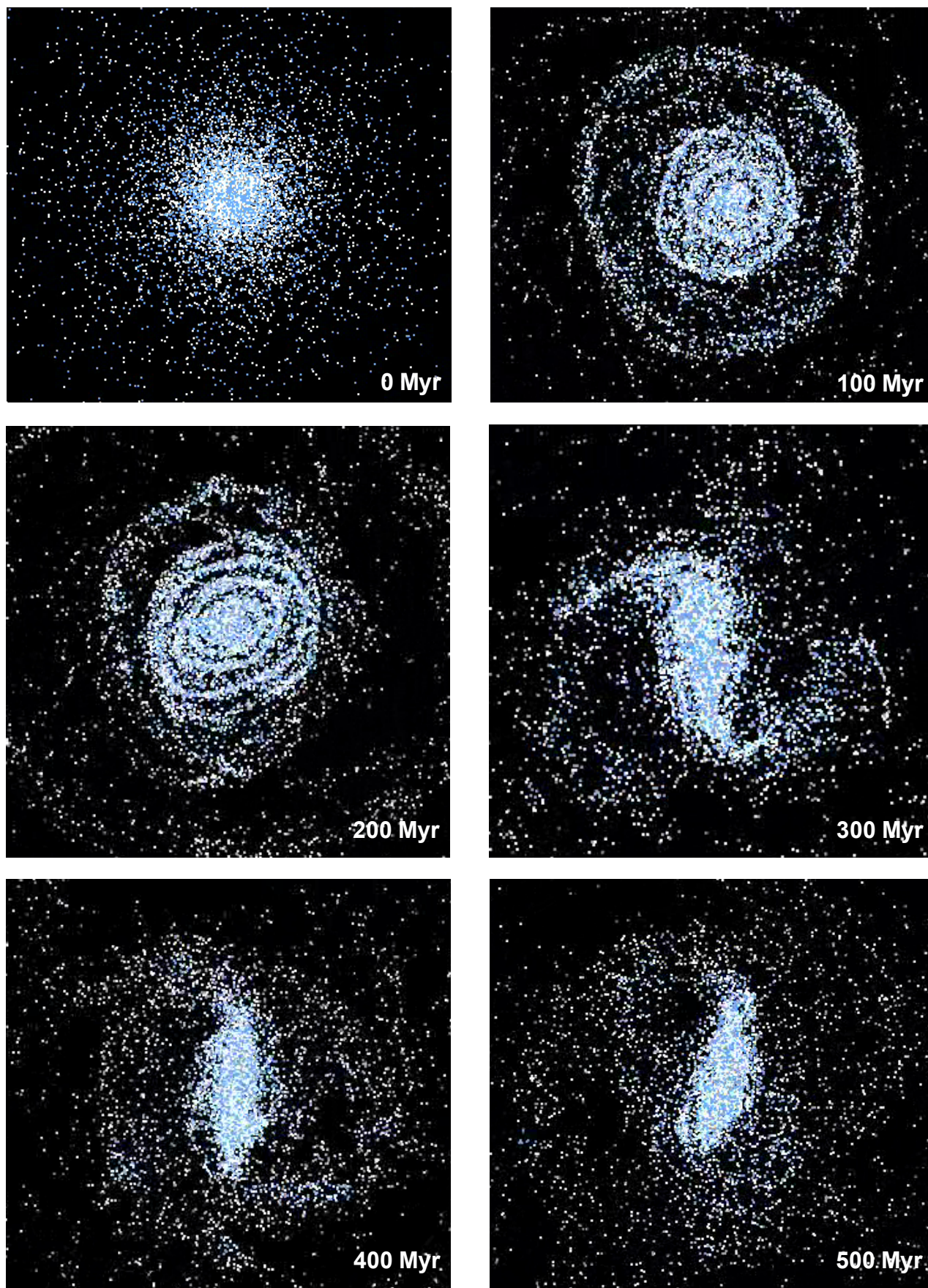
G. Sitarski, 1990, „*Determination of Angular Parameters of a Rotating Cometary Nucleus Basing on Positional Observations of the Comet*“, Acta Astronomica, vol. **40**, p. 405.

M. S. Warren, J. K. Salmon, 1993, „*A Parallel Hashed Oct-Tree N-Body Algorithm*“, Technical Paper Submitted to Proceedings of Supercomputing '93.

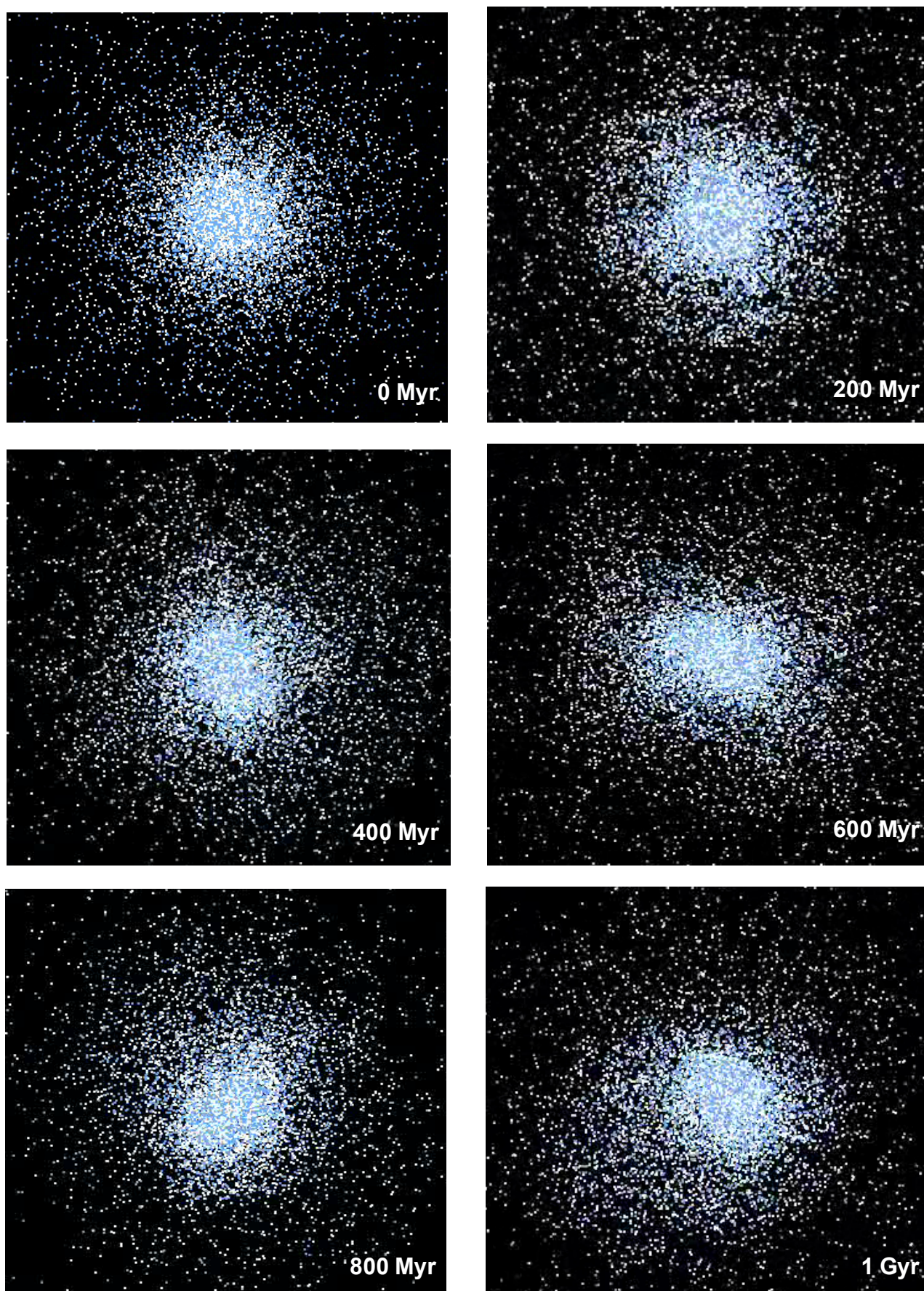
M. S. Warren a kol., 1997, „*Pentium Pro Inside: I. a Treecode at 430 Gigafllops on ASCI Red, II. Price/Performance of \$50/Mflop on Loki and Hyglac*“, <http://loki-www.lanl.gov/papers/sc97/> (27. února 2004).

Příloha A:

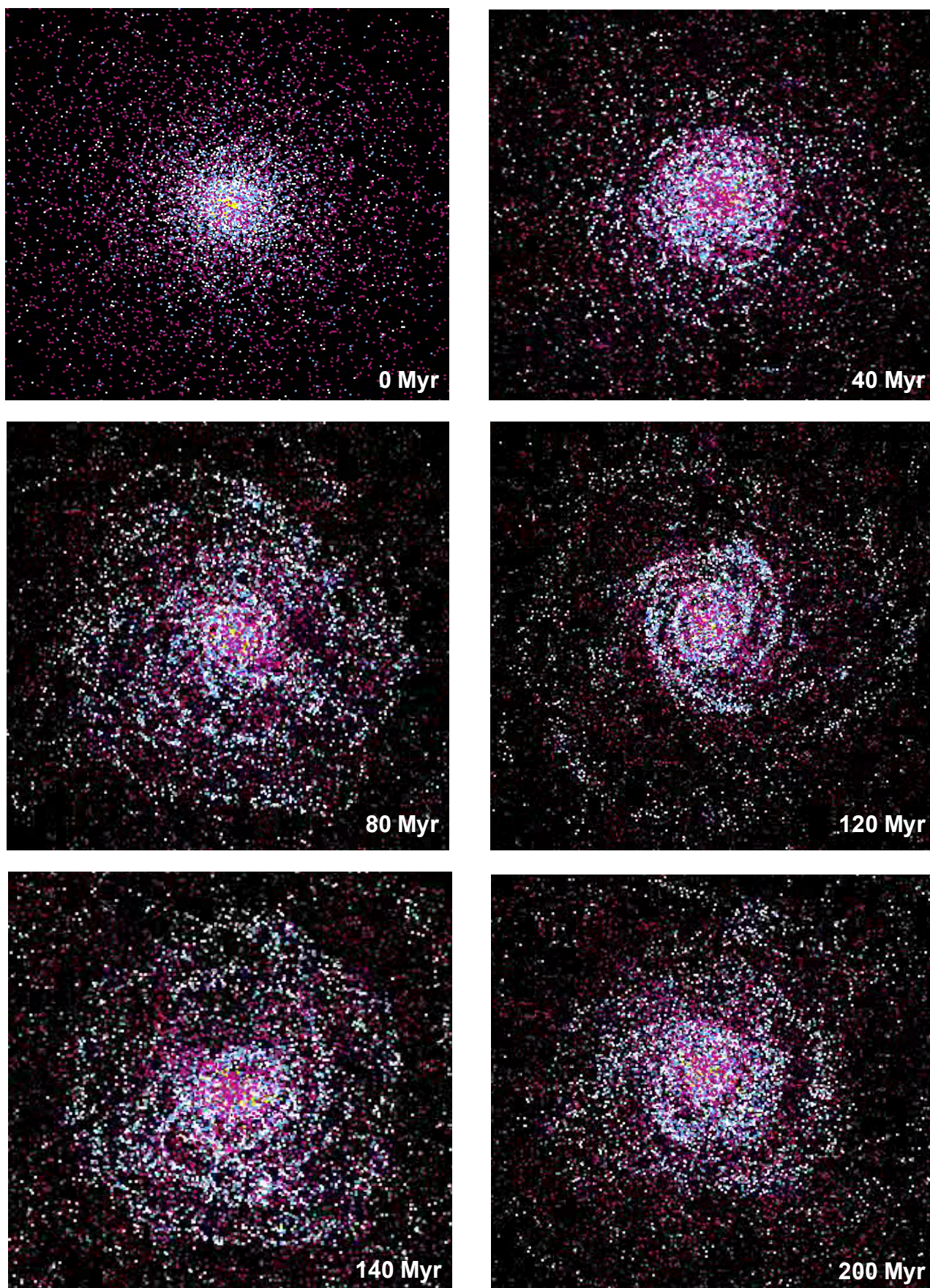
Snímky z vybraných simulací



Obr. 1. Obrázky z videa simulace č. 1. Vývoj galaxie v období 500 mil. let s chladným diskem vedoucí ke vzniku silné prstě. Patrné jsou uměle vzniklé zhuštění ve formě prstenců (snímky 100 a 200 Myr), které disk během dalšího vývoje absorbuje. Bílé a modře jsou znázorněny částice disku.

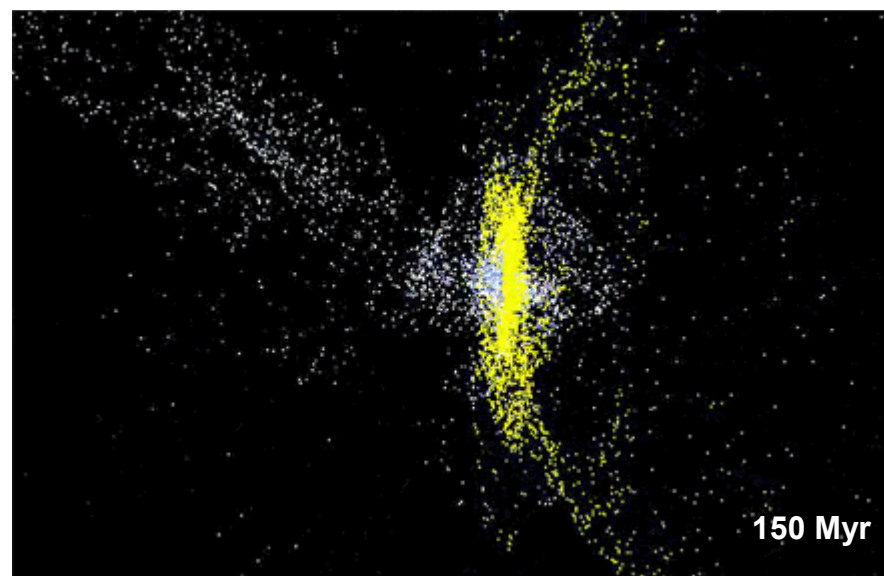
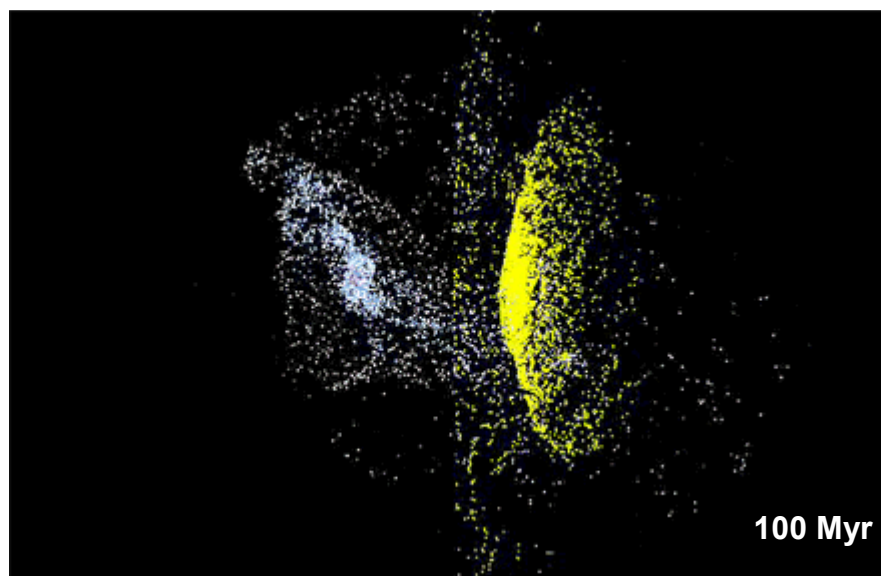
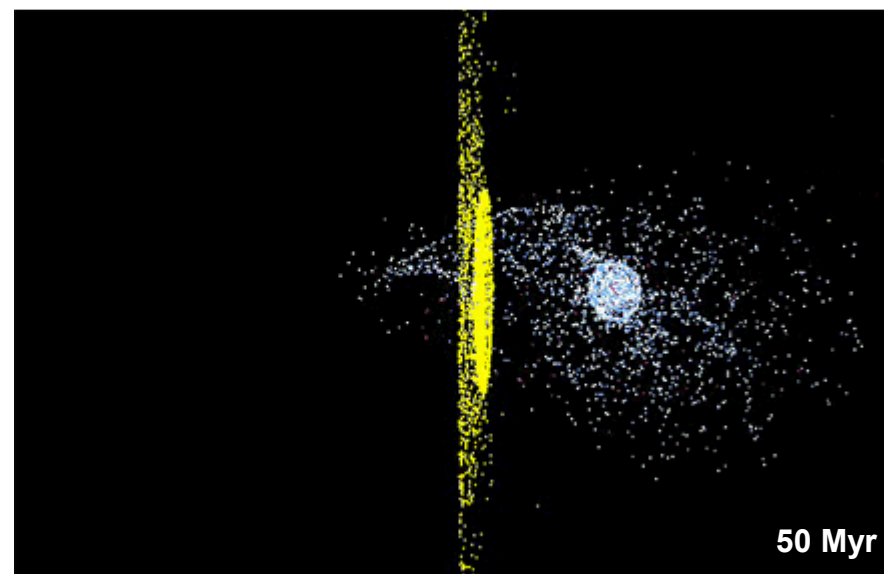
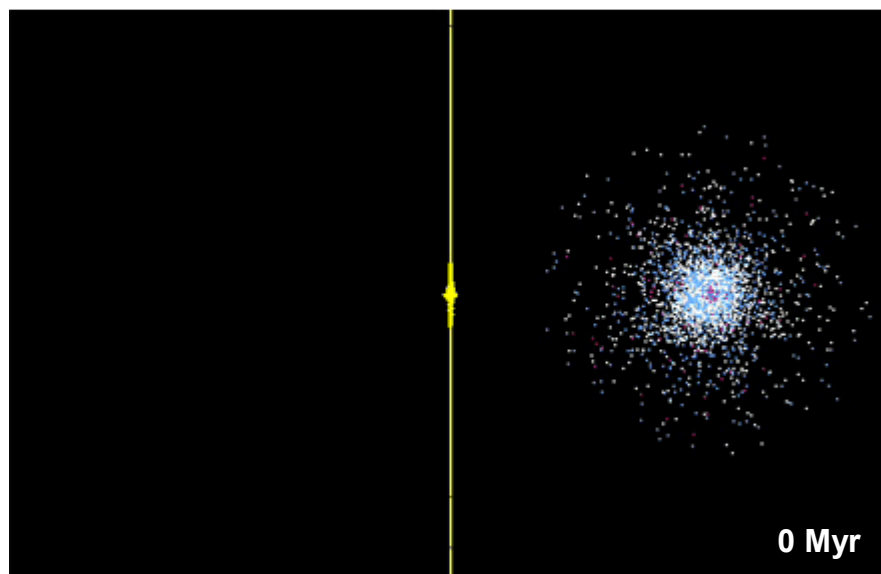


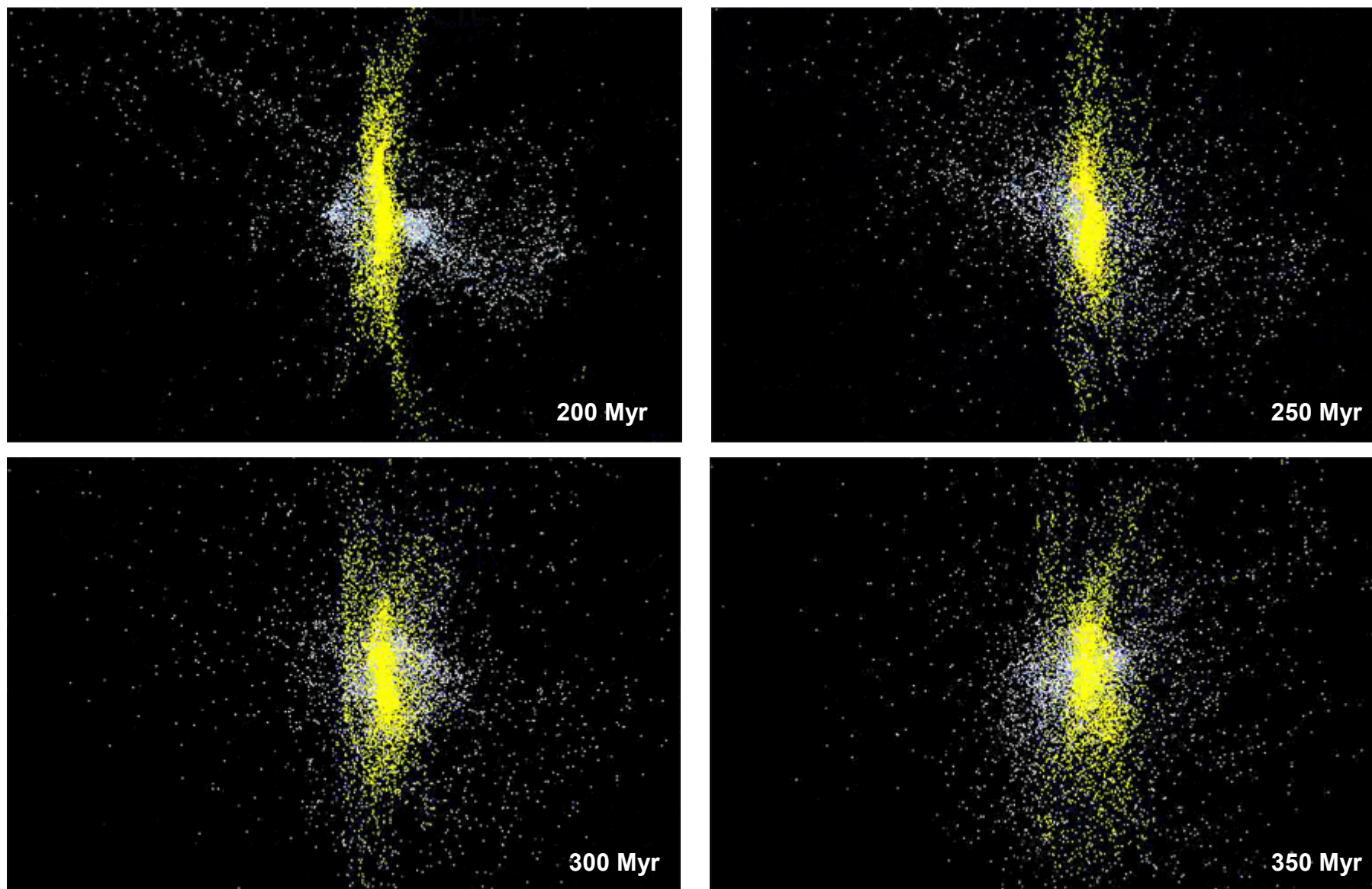
Obr. 2. Obrázky z videa simulace č. 3. Vývoj galaxie s horkým diskem po dobu 1 mld. roků. Toomreovo kritérium stability nastaveno na 1,2. Po celou dobu vývoje není pozorovatelný vznik žádných nových struktur. Bílé a modře jsou znázorněny částice disku.



Obr. 3. Obrázky z videa simulace č. 5. Simulace vývoje galaxie s temným halem během 200 milionů let. Bílé a modře jsou znázorněny částice disku, žlutě částice výduti a fialově částice hala.

Příloha A.4





Obr. 4. a 5. Obrázky z videa simulace č. 6. Kolize dvou galaxií popsaná v odst. 7.3. Počáteční rovina disku centrální galaxie je orientována kolmo k pozorovateli.