

Úlohy 1. kola 49. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Jízda tunelem

Před tunelem délky $d = 320 \text{ m}$ stojí vlak tak, že přední nárazníky lokomotivy jsou přesně na začátku tunelu. Na signál průvodčího se vlak začal rozjíždět. V tomto okamžiku cestující stojící na samém konci vlaku zmáčkl stopky. Zaznamenal, že v čase $t_1 = 30 \text{ s}$ se dostal do tunelu a v čase $t_3 = 50 \text{ s}$ projížděl koncem tunelu. Po celou dobu byl pohyb vlaku rovnoměrně zrychlený.

- Určete délku l vlaku a čas t_2 výjezdu předního konce lokomotivy z tunelu. Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.
- Sestrojte na intervalu $t \in \langle 0, t_3 \rangle$ graf závislosti rychlosti vlaku na čase a v grafu vyznačte obrazce vyjadřující délku vlaku a délku tunelu.

2. Let ve větru

Pilot se chtěl dostat do cílového místa ležícího v severním směru od místa startu. Nasměroval proto letadlo na sever, avšak nevzal v úvahu, že fouká jihozápadní vítr. Za dobu $t_1 = 60 \text{ min}$ zjistil, že se účinkem větru odchýlil od původního směru. Nasměroval proto podélnou osu letadla na západ a za další dobu $t_2 = 15 \text{ min}$ dosáhl cíle. Velikost rychlosti letadla za bezvětří je $v_1 = 180 \text{ km/h}$.

- Určete vzdálenost d cíle od startu a velikost v_2 rychlosti větru. Nakreslete obrázek s využitím principu superpozice. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.
- Určete velikosti u_1, u_2 rychlostí letadla vzhledem k zemi v první a v druhé fázi letu. Úlohu řešte graficky, velikost v_2 rychlosti větru určenou v úloze a) považujte při konstrukci za známou.

V uvažovaném letovém prostoru považujeme poledníky za navzájem rovnoběžné přímky v rovinném zemském povrchu. Jihozápadní vítr je vítr vanoucí od jihozápadu, to znamená, že jeho směr svírá s poledníky i s rovnoběžkami úhel 45° .

3. Srážka vagonů

Prázdný vagon o hmotnosti m_0 se pohybuje po vodorovných kolejích rychlostí o velikosti v_1 . Druhý stejný vagon je naložený a stojí na kolejích. Při nárazu se vagony automaticky spojí a dále se pohybují společně rychlostí o velikosti v .

- Určete hmotnost m nákladu druhého vagonu.

- b) Určete, kolik procent mechanické energie se během srážky přeměnilo na vnitřní energii.
- c) Předpokládejme, že stojící vagon může mít náklad od nulové hmotnosti až po hmotnost maximální $m_{\max} = 2m_0$. První vagon na něj opět najíždí rychlostí o velikosti v_1 . Určete minimální velikost rychlosti v_{\min} a maximální velikost rychlosti v_{\max} , kterými se po nárazu prázdného vagonu souprava může pohybovat.

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $v = 0,3v_1$.

4. Kyvadlo

Malá kulička o hmotnosti m je zavěšena na vlákně délky l .

- a) Kuličku vychýlíme z rovnovážné polohy tak, že napnuté vlákno je vodorovné, a uvolníme. Určete velikost síly, kterou je napínáno vlákno při průchodu rovnovážnou polohou.
- b) Kuličku vychýlíme z rovnovážné polohy o úhel α a uvolníme. Určete velikost síly, kterou je napínáno vlákno při průchodu rovnovážnou polohou. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $\alpha = 75^\circ$.
- c) Určete úhel α_1 výchylky, při které je vlákno v okamžiku průchodu rovnovážnou polohou napínáno dvakrát větší silou, než když kulička visí v klidu.

5. Rozpad střely

Střela skládající se ze dvou částí obsahuje pružinový systém nastavitelný tak, že během letu se obě části v podélné ose střely od sebe oddělí. Neaktivovaná střela byla vystřelena prakem ze země svisle vzhůru a dopadla jako celek na zem v čase $t_0 = 6,0$ s. Jestliže je střela aktivována v nejvyšší poloze svého letu, dopadne spodní část střely na zem v čase $t_1 = 5,0$ s. Podélná osa střely zachovává během celého letu svislý směr. Hmotnosti horní a dolní části střely jsou v poměru $m_2 : m_1 = 1 : 3$. Odpor vzduchu zanedbejte.

- a) Určete maximální výšku h_m horní části střely nad zemí a čas t_2 dopadu horní části střely měřený od okamžiku vystřelení celé střely, jestliže je střela aktivována v nejvyšší poloze.
- b) Určete maximální výšku h'_m horní části střely, bude-li systém aktivován již v čase $t' = 1,2$ s po vystřelení prakem.

6. Praktická úloha: Studium pohybu kyvadla

Na nit zanedbatelné hmotnosti zavěsíme těleso zanedbatelných rozměrů vzhledem k délce závěsu. Po vychýlení z rovnovážné polohy a po uvolnění začne těleso konat periodický kmitavý pohyb. Pomocí stopek budeme měřit periodu těchto kmitů.

- a) Ověřte měřením, že perioda T kmitů prakticky nezávisí na počáteční výchylce, pokud je malá v porovnání s délkou závěsu.
- b) Nastavte postupně 8 až 10 různých délek l závěsu a při respektování výsledku úlohy a) pro každou změřte dobu 20 period. Výsledky zapište do tabulky a vypočtete zbývající hodnoty.

$\frac{l}{\text{m}}$	$\frac{20T}{\text{s}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{l^2}{\text{m}^2}$	$\frac{T^2}{\text{s}^2}$

- c) Budeme předpokládat, že platí právě jedna ze tří přímých úměrností:
- $T = kl$, tj. perioda kmitů je přímo úměrná délce závěsu.
 - $T^2 = kl$, tj. druhá mocnina periody kmitů je přímo úměrná délce závěsu.
 - $T = kl^2$, tj. perioda kmitů je přímo úměrná druhé mocnině délky závěsu.
- Podle vyplněné tabulky vynesete do grafů body jednotlivých závislostí a tam, kde budou nejlépe ležet v přímce procházející počátkem, tuto přímku sestrojíte. Určete směrnici k sestrojené přímky. Grafické zpracování proveďte, pokud možno, na počítači, například v programu Excel.
- d) Z teorie pohybu tzv. matematického kyvadla, jemuž se použité kyvadlo blíží, plyne pro měřenou konstantu přímé úměrnosti $k' = 4\pi^2/g$, kde g je tíhové zrychlení. Porovnejte hodnotu této konstanty s hodnotou určenou v úloze c).
- e) Zformulujte závěr, jak závisí perioda kmitů kyvadla na jeho délce.

Návod zpracování úlohy v Excelu: Vyplňte první dva sloupce tabulky naměřenými hodnotami a užitím vzorců dopočítejte zbývající sloupce. Kurzorem označte vždy dvojici sloupců s daty a vložte *Graf*. Volte typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich zvolte z nabídky *Přidat spojnicí trendu*, dále *Typ trendu – Lineární*, v *Možnostech* vyberte *Hodnota y = 0* a *Zobrazit rovnici regrese*. Tím se zobrazí přímka směřující do počátku a rovnice této přímky, z níž přečteme směrnici.

7. Země a Venuše

Země a Venuše obíhají kolem Slunce po elipsách málo odlišných od kružnic s periodami oběhu $T_z = 365,25$ d a $T_v = 224,63$ d. Pro jednoduchost dále předpokládejme, že trajektorie obou planet tvoří kružnice ležící v téže rovině. Poloměr trajektorie Země je $r_z = 149,6 \cdot 10^6$ m.

- a) Určete z údajů v zadání poloměr r_v trajektorie Venuše.

- b) Venuše se někdy nazývá buď Jitřenka nebo Večernice. Vysvětlete a zdůvodněte tato pojmenování.
- c) Určete z údajů v zadání maximální elongaci Venuše, tj. maximální úhel α , který svírají spojnice pozemského pozorovatele s Venuší a se Sluncem.
- d) Určete z údajů v zadání dobu T , po které se opakuje stejná vzájemná pozice Země, Venuše a Slunce, tzv. synodickou dobu oběhu Venuše.

Úlohy a), c), d) řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.